

# ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

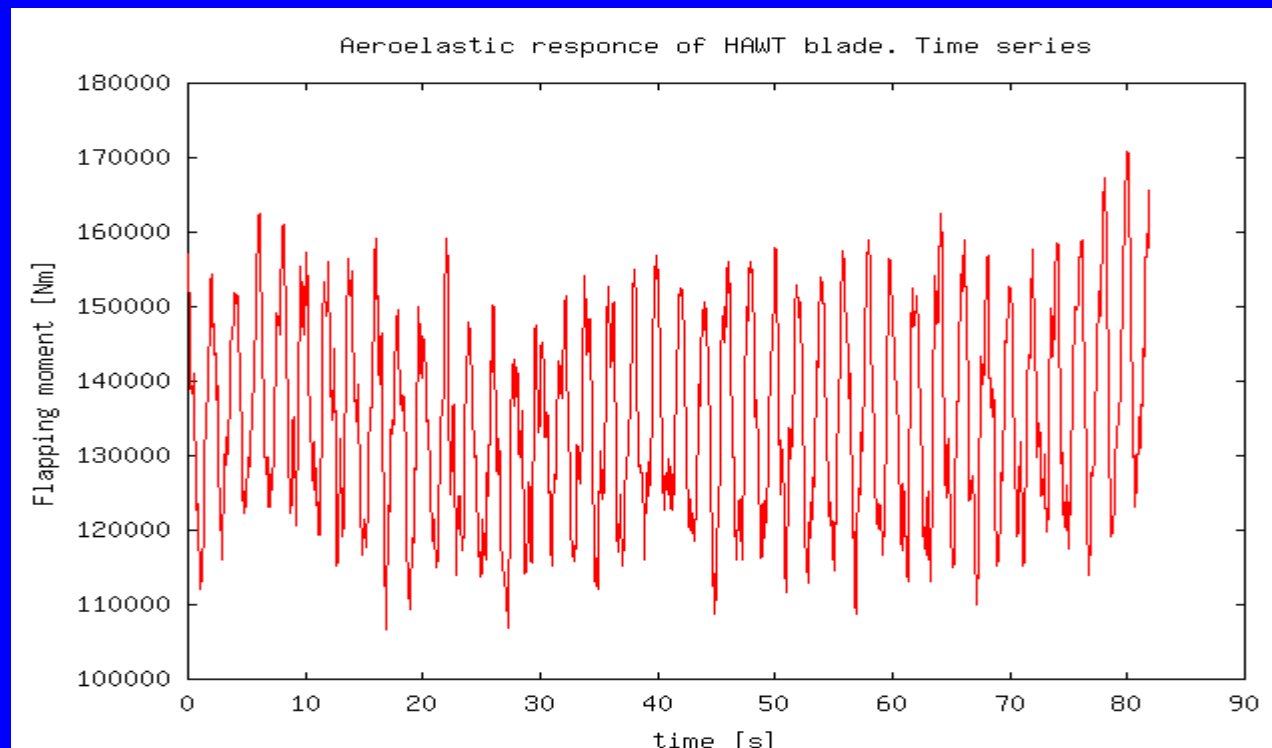
## *ΑΣΚΗΣΗ Ε*

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗΣ  
ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΜΕ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΤΗΝ  
ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΡΗΓΟΡΟΥ  
ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ FOURIER (FFT).

# 1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Υπολογισμός συχνотήτων αεροελαστικής  
απόκρισης πτερυγίου με βάση την  
χρονοσειρά απόκρισης.



## 2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

### ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cdot \cos(2\pi k \cdot t) + b_k \cdot \sin(2\pi k \cdot t)]$$

επειδή  $e^{i2\pi mx} = \cos(2\pi mx) + i \sin(2\pi mx)$

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{i2\pi mx}, \quad a_m = c_m + c_{-m}, \quad b_m = i(c_m - c_{-m})$$

$$x \in R \rightarrow c_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) e^{-i2\pi kt} dt, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

## 3α. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ

### ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER ΓΙΑ ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΤΙΜΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x_0(k) e^{-i2\pi nk/N}, \quad x_n = \frac{2\pi k}{N}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

---

$$W = e^{-i2\pi/N}$$

|         |        |     |              |     |              |     |              |     |              |
|---------|--------|-----|--------------|-----|--------------|-----|--------------|-----|--------------|
| $N = 4$ | $X(0)$ | $=$ | $W^0 x_0(0)$ | $+$ | $W^0 x_0(1)$ | $+$ | $W^0 x_0(2)$ | $+$ | $W^0 x_0(3)$ |
|         | $X(1)$ | $=$ | $W^0 x_0(0)$ | $+$ | $W^1 x_0(1)$ | $+$ | $W^2 x_0(2)$ | $+$ | $W^3 x_0(3)$ |
|         | $X(2)$ | $=$ | $W^0 x_0(0)$ | $+$ | $W^2 x_0(1)$ | $+$ | $W^4 x_0(2)$ | $+$ | $W^6 x_0(3)$ |
|         | $X(3)$ | $=$ | $W^0 x_0(0)$ | $+$ | $W^3 x_0(1)$ | $+$ | $W^6 x_0(2)$ | $+$ | $W^9 x_0(3)$ |

$N^2$

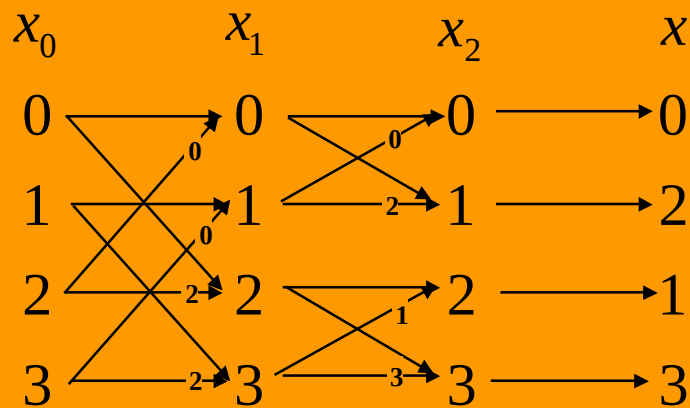
# 3β. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ

## FFT - Cooley-Tukey

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(2) \\ X(1) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & W^0 & 0 & 0 \\ 1 & W^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & W^1 \\ 0 & 0 & 1 & W^3 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & W^0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^0 \\ 1 & 0 & W^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^2 \end{bmatrix}}_{x_1} \cdot x_0$$

$N \log N$

$x_2$



$$x_2(1) = x_1(0) + W^2 x_1(1)$$

## 3γ. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ

Φάσμα συχνοτήτων (Power Spectrum)

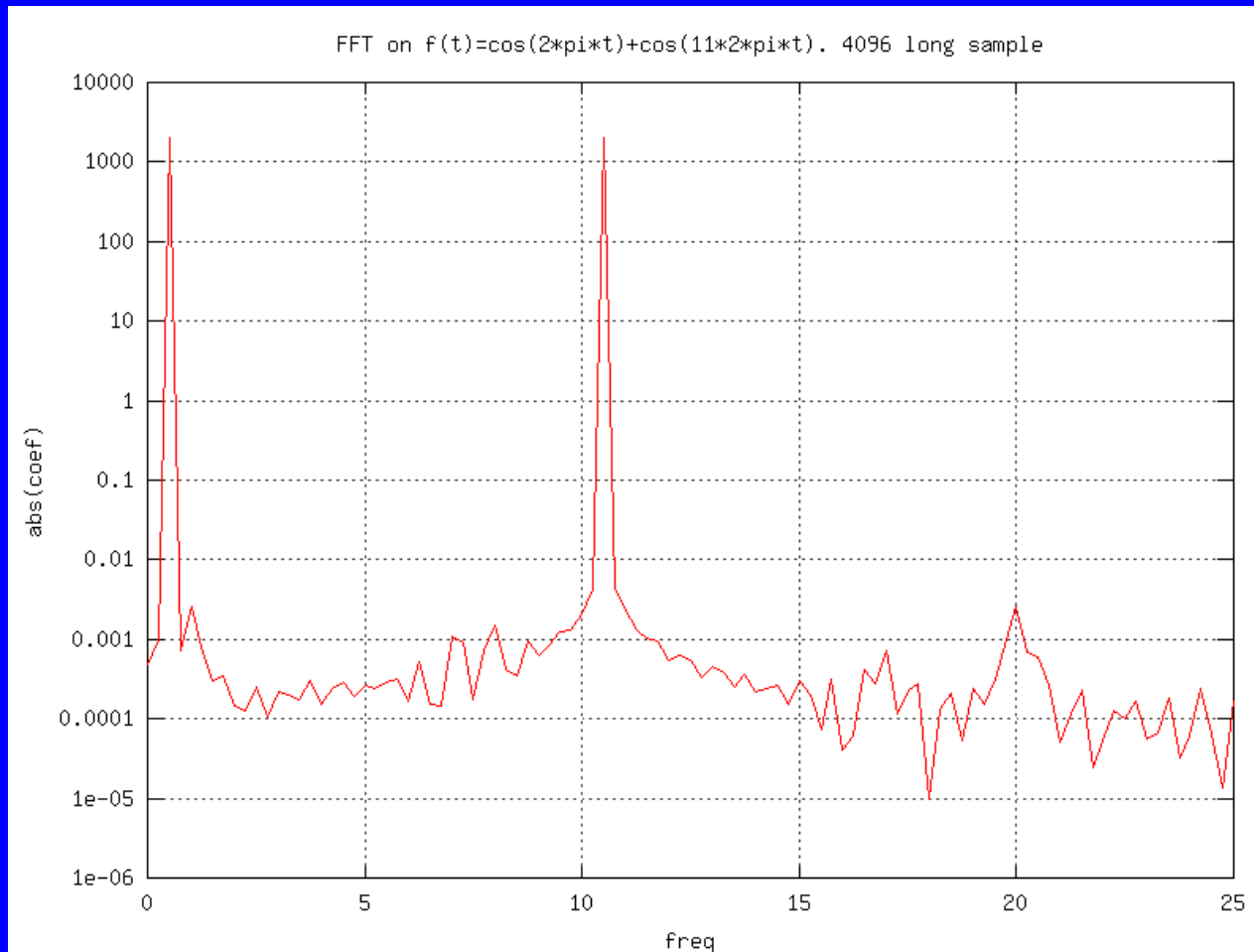
$$P(0) = P(f_0) = \frac{1}{N^2} |C_0|^2$$

$$P(f_k) = \frac{1}{N^2} \left[ |C_k|^2 + |C_{N-k}|^2 \right] \quad k = 1, 2, \dots, \left( \frac{N}{2} - 1 \right)$$

$$P(f_c) = \frac{1}{N^2} |C_{N/2}|^2$$

## 4α. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

$$f(t) = \cos(2\pi t) + \cos(11 \cdot \pi t)$$



## 4β. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

