

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

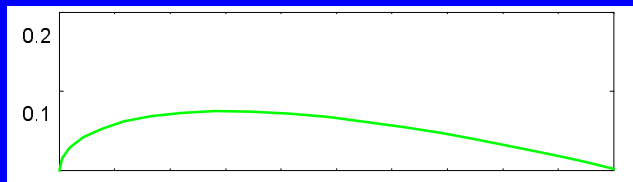
ΑΣΚΗΣΗ Γ

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ
ΓΙΑ ΚΟΠΗ ΣΕ ΜΗΧΑΝΗ CNC.

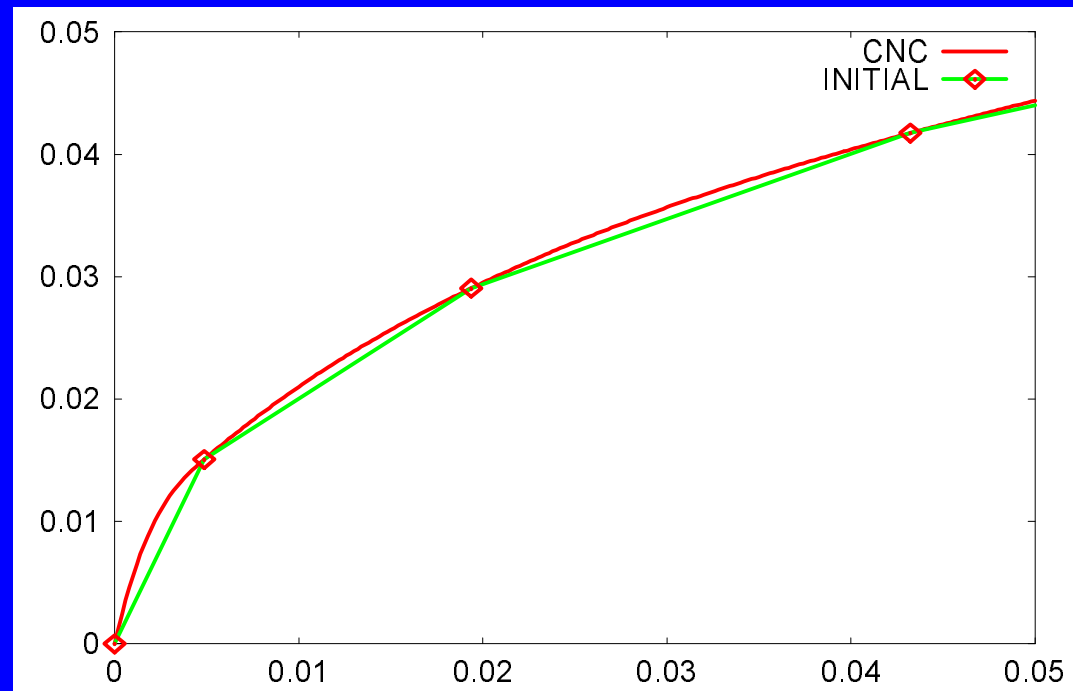
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΚΥΒΙΚΩΝ SPLINES

1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Δημιουργία λεπτομερούς και λείας καμπύλης αεροτομής με βάση αρχική καμπύλη με σκοπό τη κοπή του περιγράμματος σε CNC.

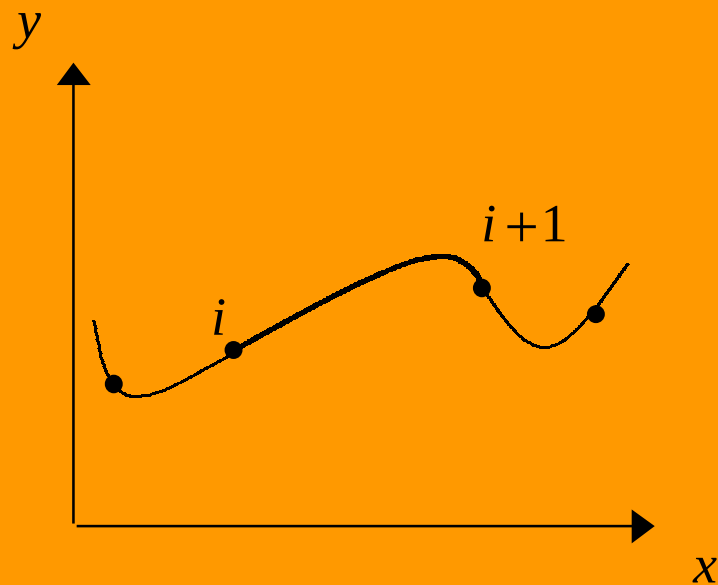


- ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΗΜΕΙΩΝ
- ΣΥΝΕΧΕΙΑ 1ης ΚΑΙ 2ης ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ



2α. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΥΒΙΚΩΝ SPLINE



$$f(x) = A + B \cdot x + C \cdot x^2 + D \cdot x^3$$

$$x \in [x_i, x_{i+1}]$$

$$f'(x), f''(x)$$

$$\text{Συνεχείς για } x \in [x_1, x_N]$$

2β. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΥΒΙΚΩΝ SPLINE

$$f_i''(x) = d_i \cdot \frac{x_{i+1} - x}{h_i} + d_{i+1} \cdot \frac{x - x_i}{h_i} \quad \left| \quad x \in [x_i, x_{i+1}] \quad \right| \quad \begin{aligned} h &= x_{i+1} - x_i \\ d_i &= f''(x_i) \end{aligned}$$

$$f_i'(x) = -d_i \cdot \frac{(x_{i+1} - x)^2}{2 \cdot h_i} + d_{i+1} \cdot \frac{(x - x_i)^2}{2 \cdot h_i} + \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{h_i \cdot (d_{i+1} + d_i)}{6}$$

$$f_i(x) = d_i \cdot \frac{(x_{i+1} - x)^3}{6 \cdot h_i} + d_{i+1} \cdot \frac{(x - x_i)^3}{6 \cdot h_i} + \left(\frac{y_{i+1}}{h_i} - \frac{h_i \cdot d_{i+1}}{6} \right) \cdot (x - x_i) + \left(\frac{y_i}{h_i} - \frac{h_i \cdot d_i}{6} \right) \cdot (x_{i+1} - x)$$

2γ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΥΒΙΚΩΝ SPLINE

Συνέχεια $f'(x)$ για $x = x_i \Rightarrow$

$$\frac{h_{i-1}}{6} \cdot d_{i-1} + \left(\frac{h_{i-1}}{3} + \frac{h_i}{3} \right) \cdot d_i + \frac{h_i}{6} \cdot d_{i+1} = \frac{y_{i-1} - y_i}{h_{i-1}} + \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i}$$

που εφαρμόζεται για $i = 2, \dots, N - 1$

Για $i = 1, \quad i = N$

A) καθορισμένες τιμές $f'(x)$

B) καθορισμένες τιμές $f''(x)$

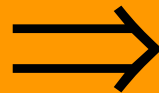
Γ) περιοδικές συνθήκες στα άκρα

Δ) Γραμμική σχέση μεταξύ των δύο παραγώγων στα ακραία σημεία

2δ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

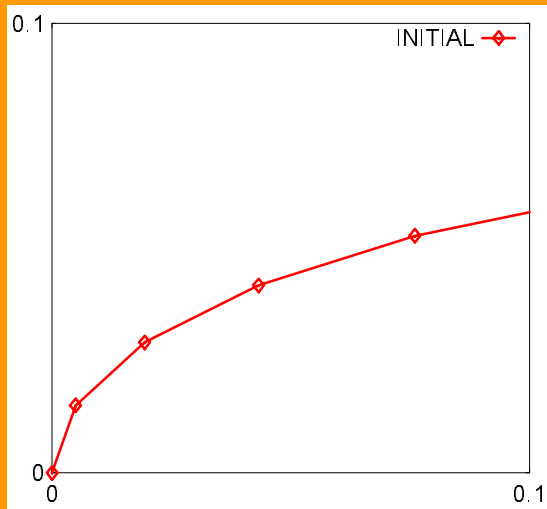
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΚΥΒΙΚΩΝ SPLINE ΓΙΑ
ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΚΑΜΠΥΛΗ.

$$\begin{array}{cccccccccccc} d_1 B_1 & + & d_2 C_1 & + & 0 & + & 0 & + & \cdots & + & 0 & + & 0 & = & R_1 \\ d_1 A_2 & + & d_2 B_2 & + & d_3 C_2 & + & 0 & + & \cdots & + & 0 & + & 0 & = & R_2 \\ 0 & + & d_2 A_3 & + & d_3 B_3 & + & d_4 C_3 & + & \cdots & + & 0 & + & 0 & = & R_3 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & & 0 & & 0 & & 0 & + & \cdots & 0 & d_{N-1} A_N & + & d_N B_N & = & R_N \end{array}$$



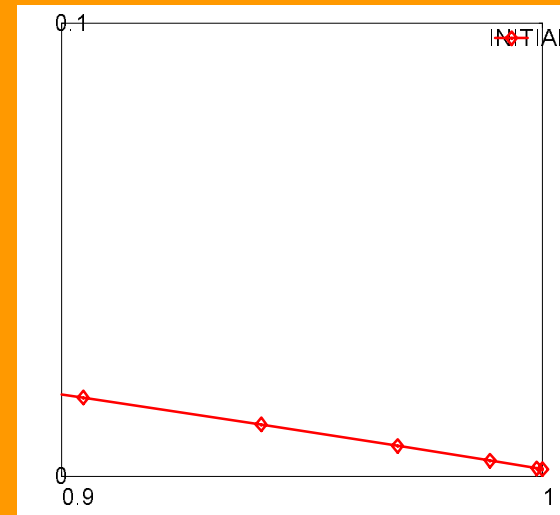
Τριδιαγώνιο σύστημα N γραμμικών εξισώσεων

2ε. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ- ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΓΙΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΑΕΡΟΤΟΜΗ



Ακμή πρόσπτωσης
i=1

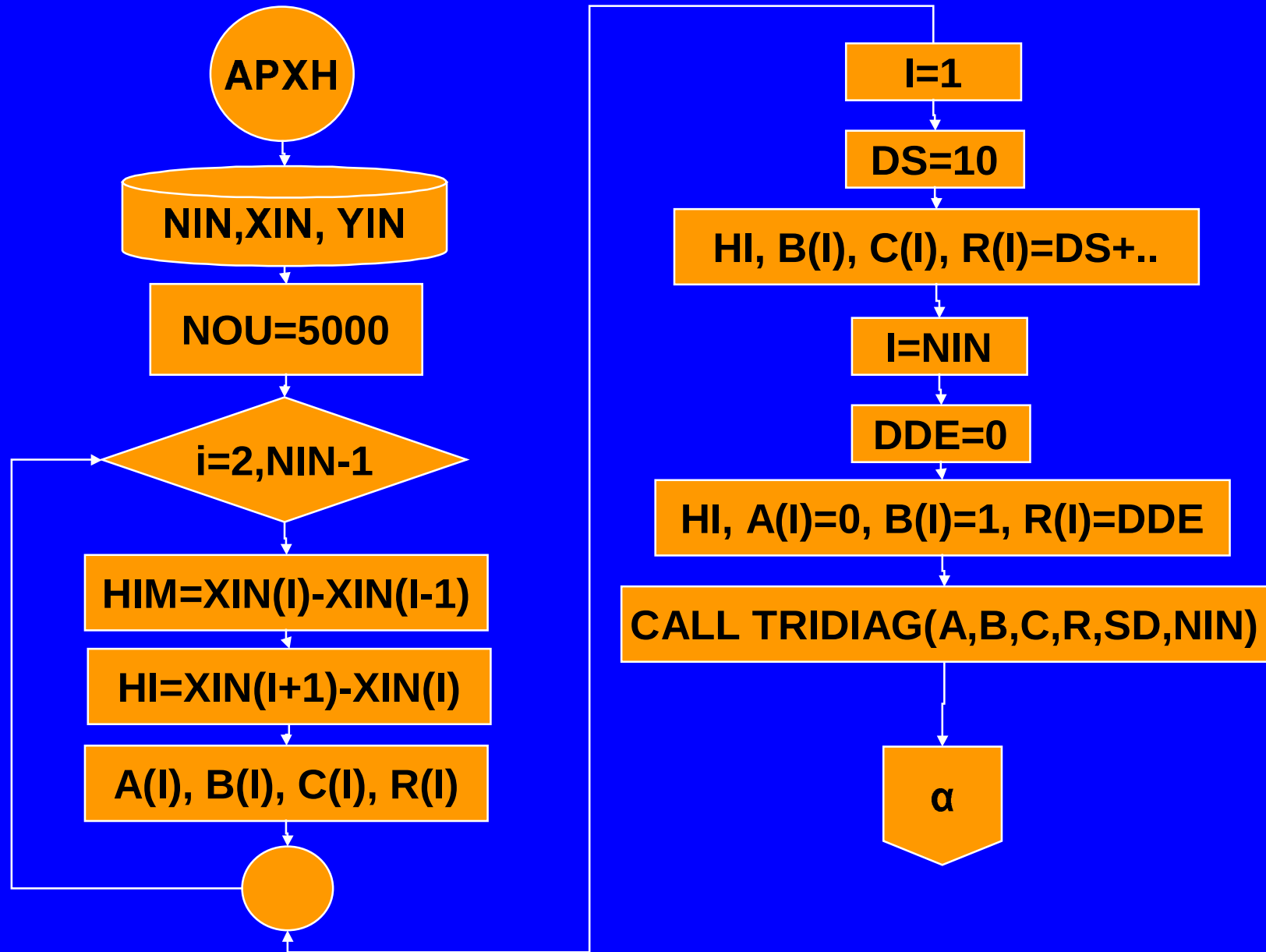
$$f_i'(x) \rightarrow \infty$$



Ακμή εκφυγής
i=N

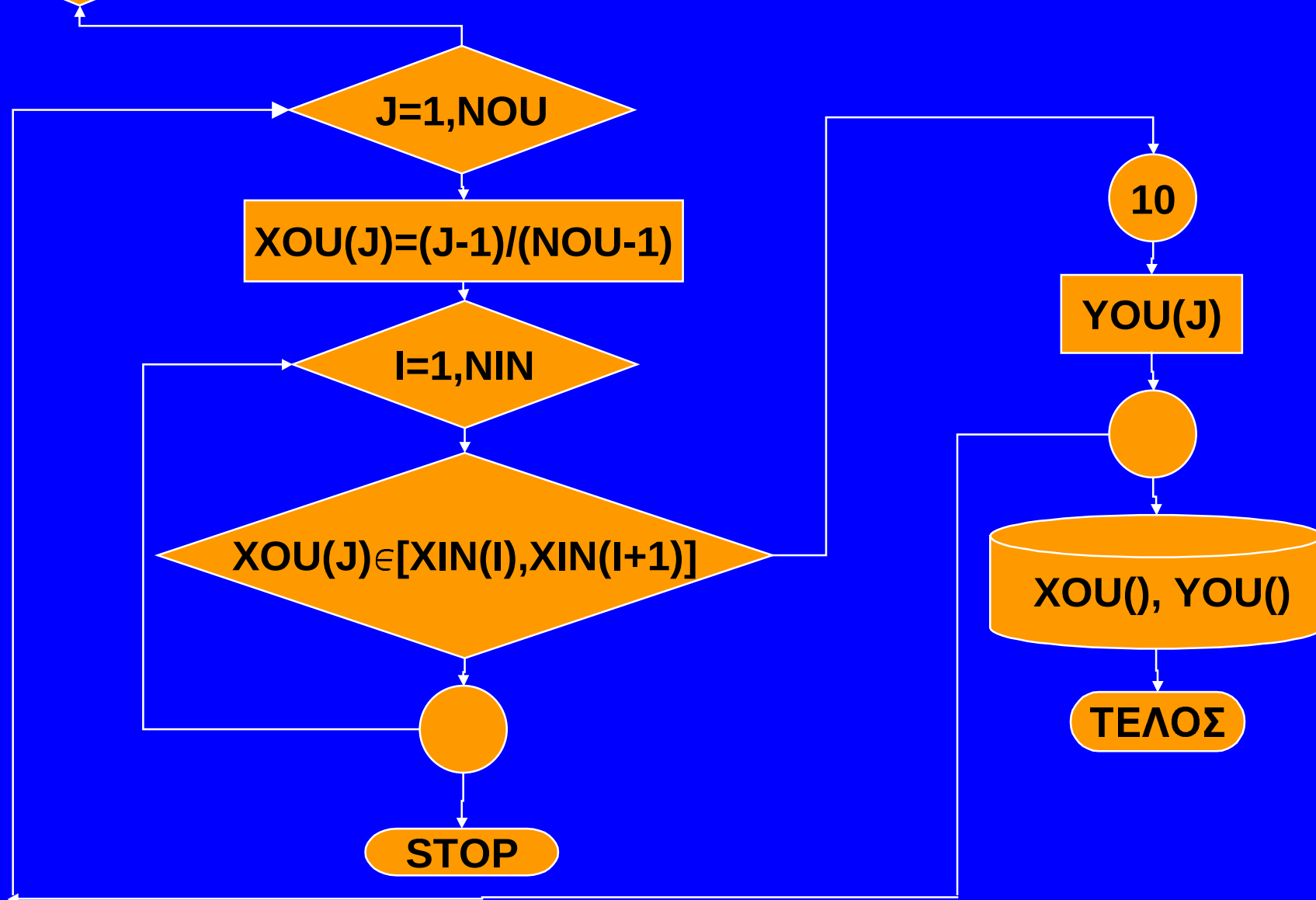
$$f_i''(x) = 0$$

3α. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ



α

3β. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ



4α. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

```
C
C ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΕ ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΚΑΜΠΥΛΗ ΜΕ ΚΥΒΙΚΕΣ SPLINES
C
      PROGRAM INTERCS
C
C NMAXIN: ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΑΡΧΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
C NMAXOU: ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
      PARAMETER (NMAXIN=200,NMAXOU=6000)
C FOILIN: ΑΡΧΕΙΟ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΑΝΩΝ ΑΡΧΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
C FOILOU: ΑΡΧΕΙΟ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΑΝΩΝ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
      CHARACTER*12 FOILIN,FOILOU
C XIN, YIN: ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΑΡΧΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
      DIMENSION XIN(NMAXIN),YIN(NMAXIN)
C XOU, YOU: ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
      DIMENSION XOU(NMAXOU),YOU(NMAXOU)
C A, B, C: ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΓΝΩΣΤΩΝ ΤΡΙΔΙΑΓΩΝΙΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ
C R : ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΓΝΩΣΤΩΝ ΟΡΩΝ ΤΡΙΔΙΑΓΩΝΙΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ
C SD: ΤΙΜΕΣ Β ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ ΣΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
      DIMENSION A(NMAXIN),B(NMAXIN),C(NMAXIN),R(NMAXIN), SD(NMAXIN)
C
      PI=4.*ATAN(1.)
      FOILIN='FOILIN.DAT'
      FOILOU='FOILOU.DAT'
C NOU: ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΕΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
      NOU=5000
```

4β. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

```
C ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΑΡΧΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
      OPEN (22,FILE=FOILIN)
C NIN: ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΑΡΧΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
      READ (22,*) NIN
      DO I=1,NIN
      READ (22,*) XIN(I),YIN(I)
      ENDDO
C ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΡΙΔΙΑΓΩΝΙΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ I=2 ΕΩΣ I=NIN-1
      DO I=2,NIN-1
      HIM=XIN(I)-XIN(I-1)
      HI=XIN(I+1)-XIN(I)
      A(I)=HIM/6.
      B(I)=1./3.*(HIM+HI)
      C(I)=HI/6.
      R(I)=(YIN(I-1)-YIN(I))/HIM+(YIN(I+1)-YIN(I))/HI
      ENDDO
C ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΟΡΩΝ ΤΡΙΔΙΑΓΩΝΙΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ I=1
C (ΔΕΔΟΜΕΝΗ Η Α' ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ DS)
      I=1
      DS=10.
      HI=XIN(I+1)-XIN(I)
      B(I)=-2./3.*HI
      C(I)=-1./6.*HI
      R(I)=DS-(YIN(I+1)-YIN(I))/HI
```

4γ. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

```
C ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙΑ ΟΡΩΝ ΤΡΙΔΙΑΓΩΝΙΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ I=NIN  
C (ΔΕΔΟΜΕΝΗ Η Β' ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ DDE)  
    I=NIN  
    DDE=0.  
    A(I)=0.  
    B(I)=1.  
    R(I)=DDE  
C ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΡΙΔΙΑΓΩΝΙΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ  
    CALL TRIDIAG(A,B,C,R,SD,NIN,NMAXIN)
```

4δ. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

```
C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
```

```
DO J=1,NOU
```

```
C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΕΤΜΗΜΕΝΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
```

```
XOU(J)=(J-1)/FLOAT(NOU-1)
```

```
C ΕΥΡΕΣΗ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΟΥ ΑΝΗΚΕΙ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
```

```
DO I=1,NIN
```

```
IF ((XOU(J).GE.XIN(I)).AND.(XOU(J).LE.XIN(I+1)))
```

```
& GOTO 10
```

```
ENDDO
```

```
WRITE (*,*) "XOU(J) OUT OF LIMITS, J=",J
```

```
STOP
```

```
10 CONTINUE
```

```
C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΕΤΑΓΜΕΝΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
```

```
HI=XIN(I+1)-XIN(I)
```

```
YOU(J)=SD(I)*(XIN(I+1)-XOU(J))**3/(6.*HI)+
```

```
& SD(I+1)*(XOU(J)-XIN(I))**3/(6.*HI)+
```

```
& (YIN(I+1)/HI-HI*SD(I+1)/6.)*(XOU(J)-XIN(I))+
```

```
& (YIN(I)/HI-HI*SD(I)/6.)*(XIN(I+1)-XOU(J))
```

```
ENDDO
```

4ε. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

C ΕΓΓΡΑΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ

OPEN (33,FILE=FOILOU)

DO J=1,NOU

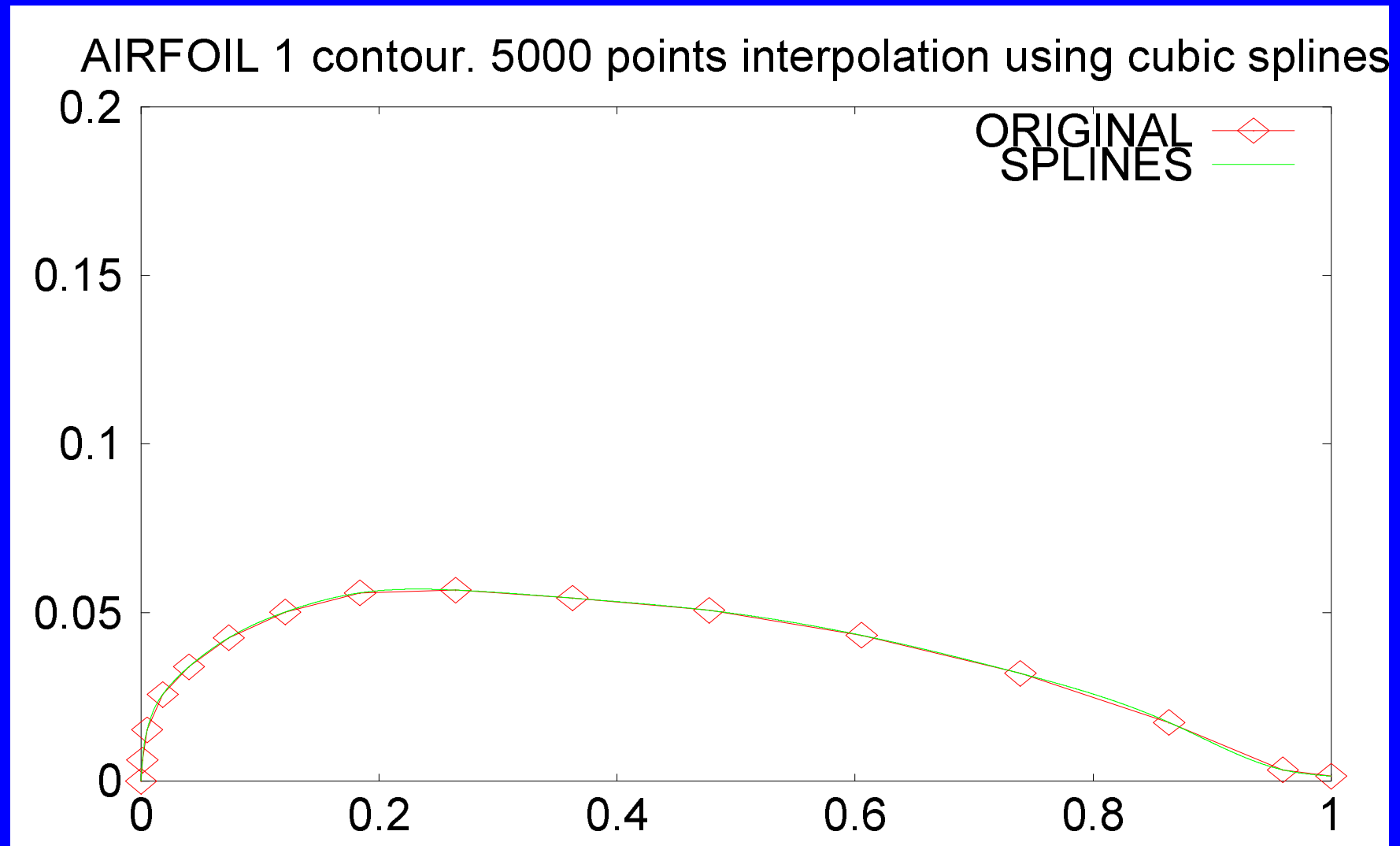
WRITE (33,*) XOU(J),YOU(J)

ENDDO

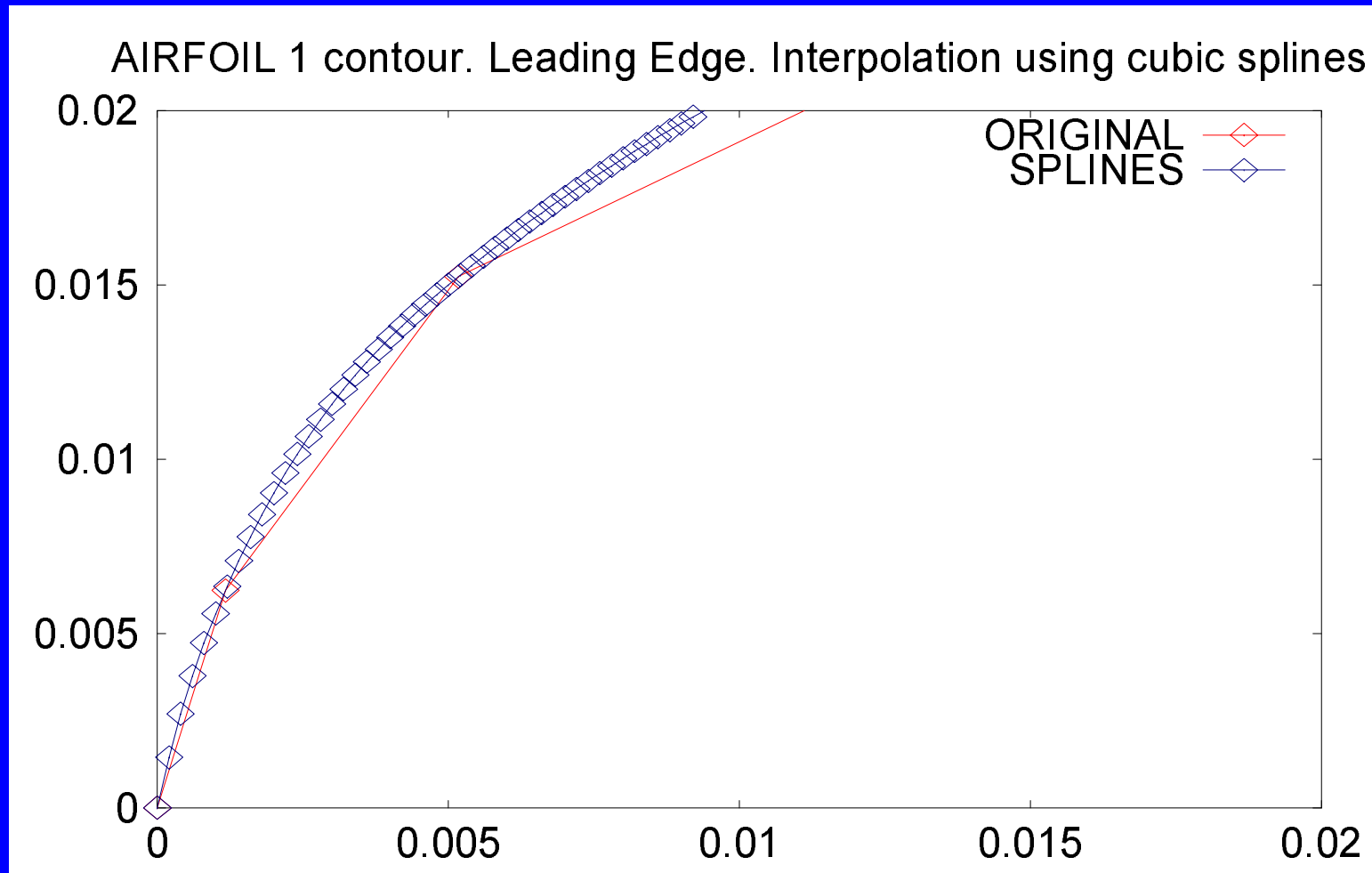
C

END

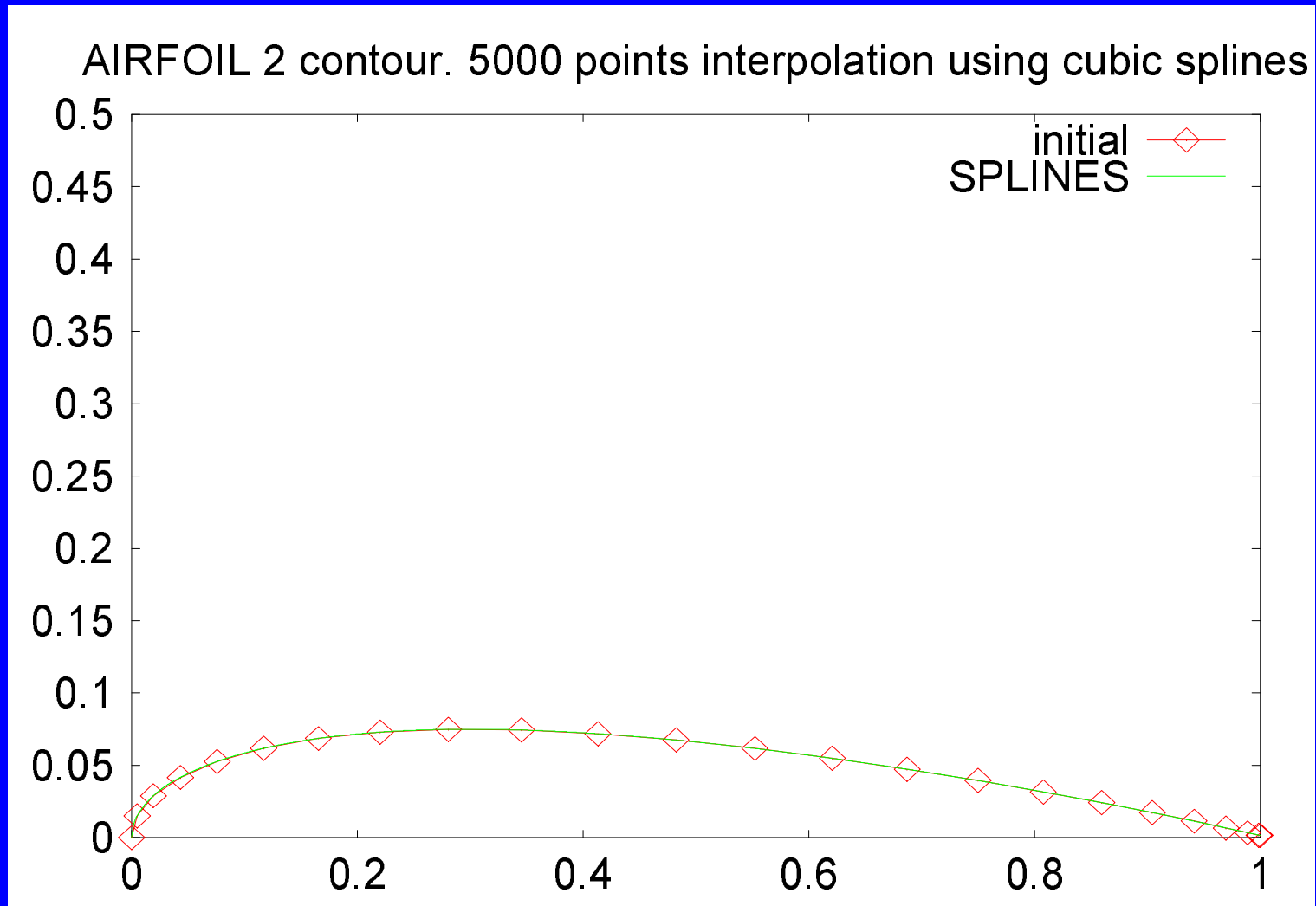
5α. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ



5β. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

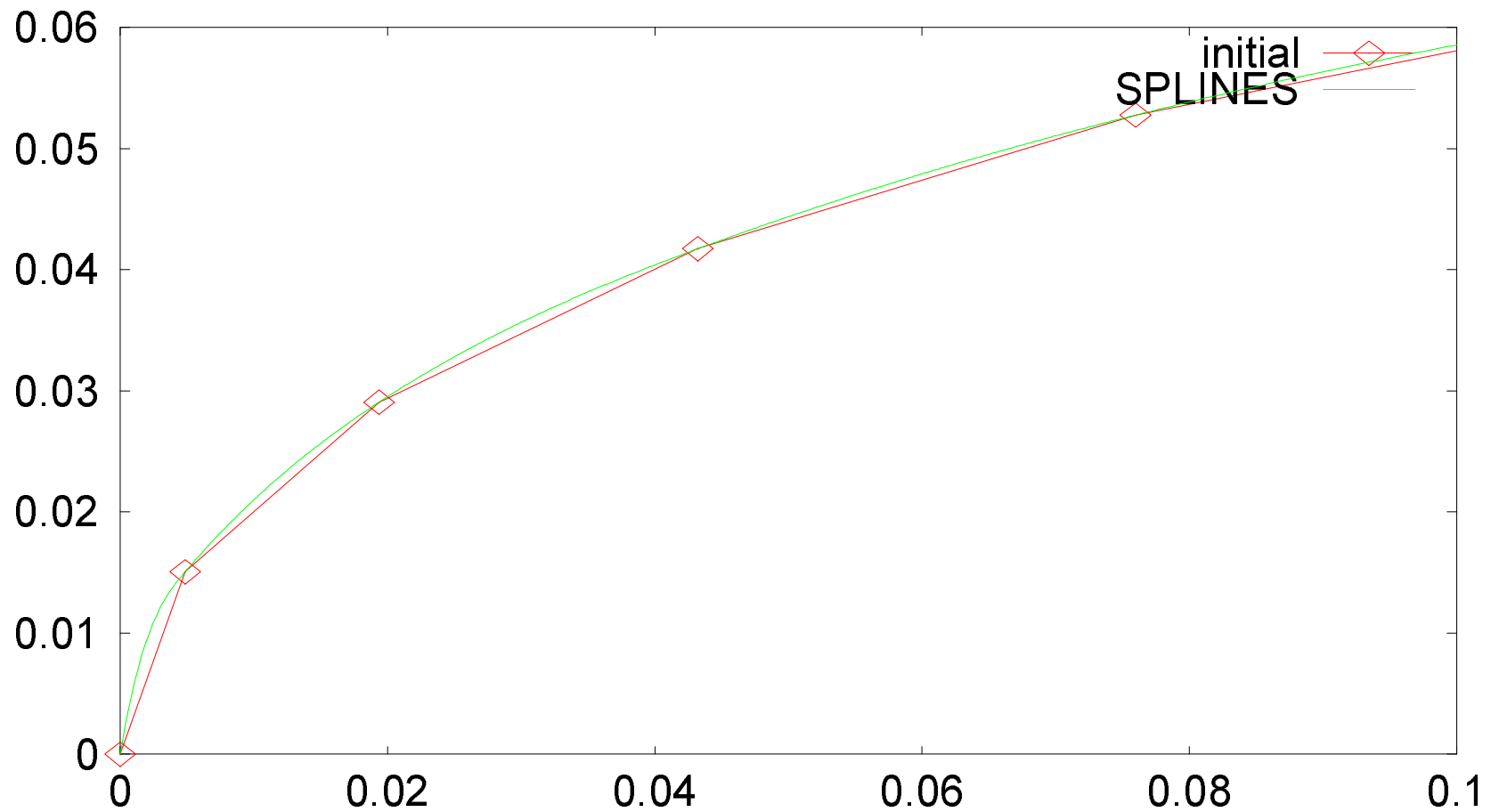


5γ. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ



5δ. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

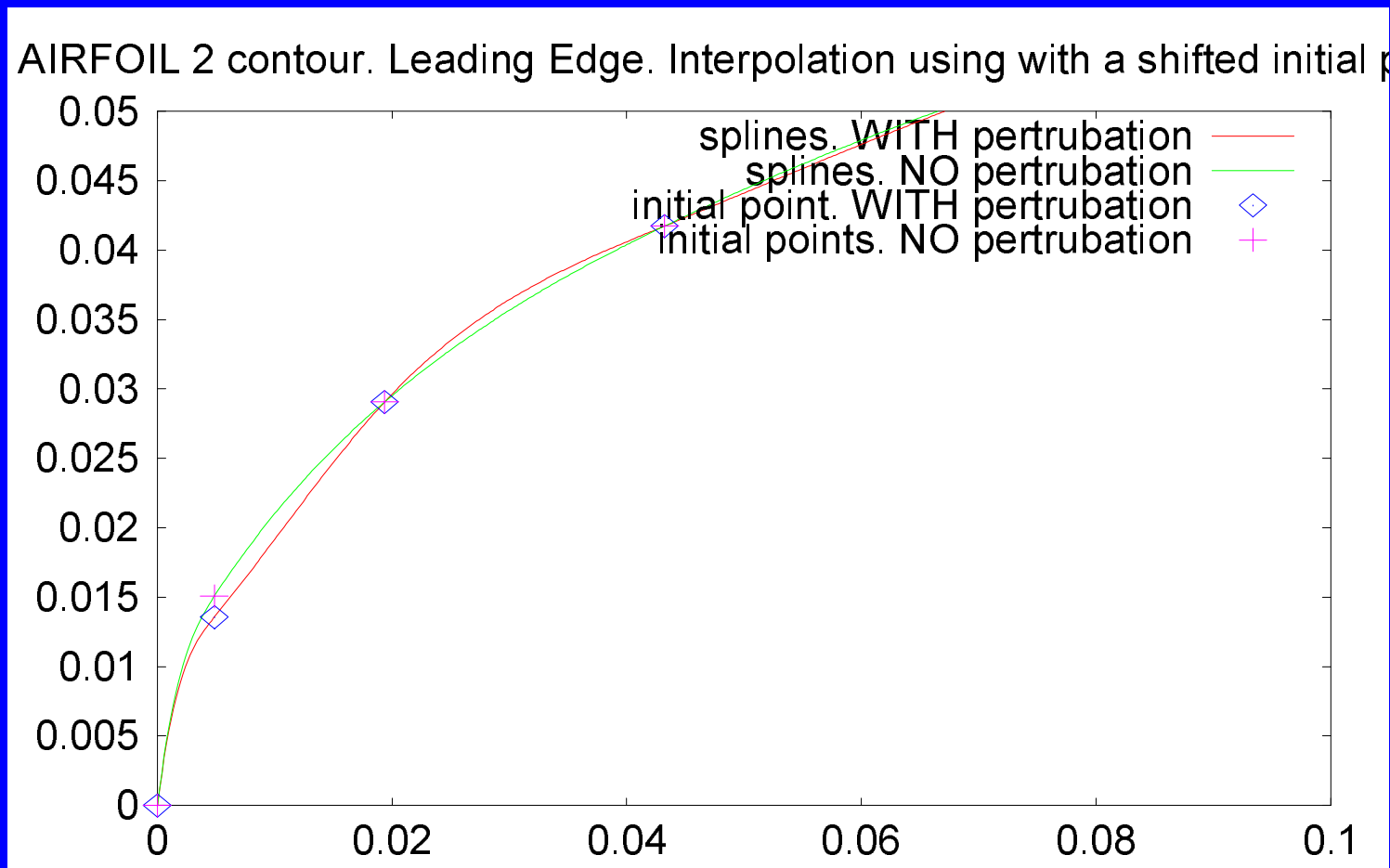
AIRFOIL 2 contour. Leading Edge. 5000 points interpolation using cubic spline



6α. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ

- Μεταβολή 5% στην τεταγμένη δεδομένου σημείου

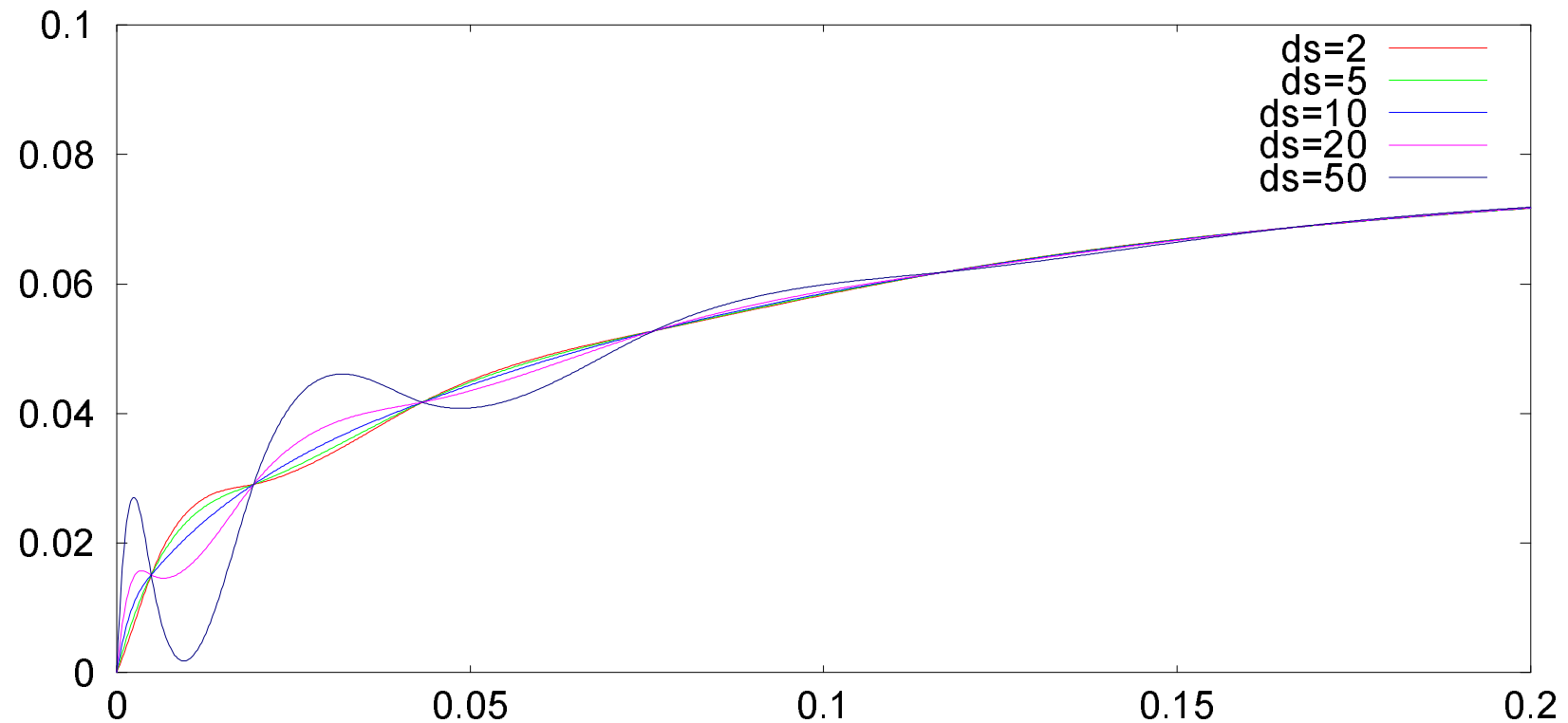


6β. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ

- $f'(x)$, $x = 0$ (κλίση στην ακμή πρόσπτωσης)

AIRFOIL 2. Leading Edge. Interpolation using cubic splines for various boundary conditions



10. ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- ΑΜΕΣΟΤΗΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ
- ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ ΣΤΙΣ ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ
- ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ ΣΕ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ
- ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΣΤΗΝ ΑΚΜΗ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΛΟΓΩ ΑΠΕΙΡΗΣ ΚΛΗΣΗΣ.