

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΗ Β

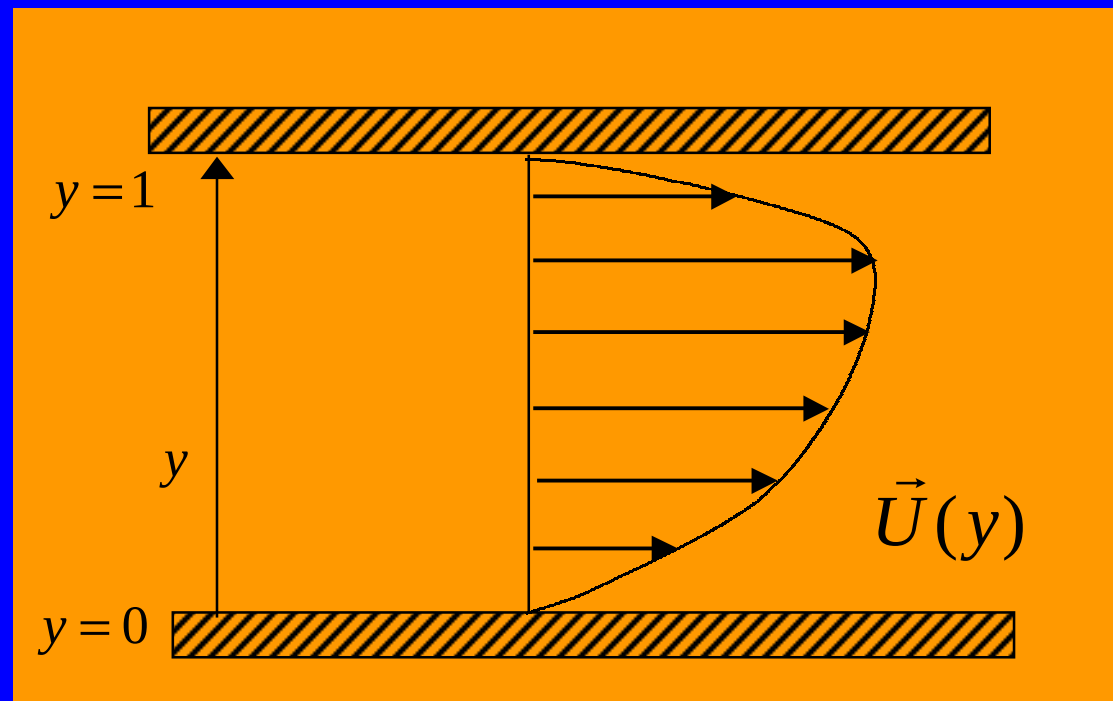
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΜΕ
ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ROMBERG

1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

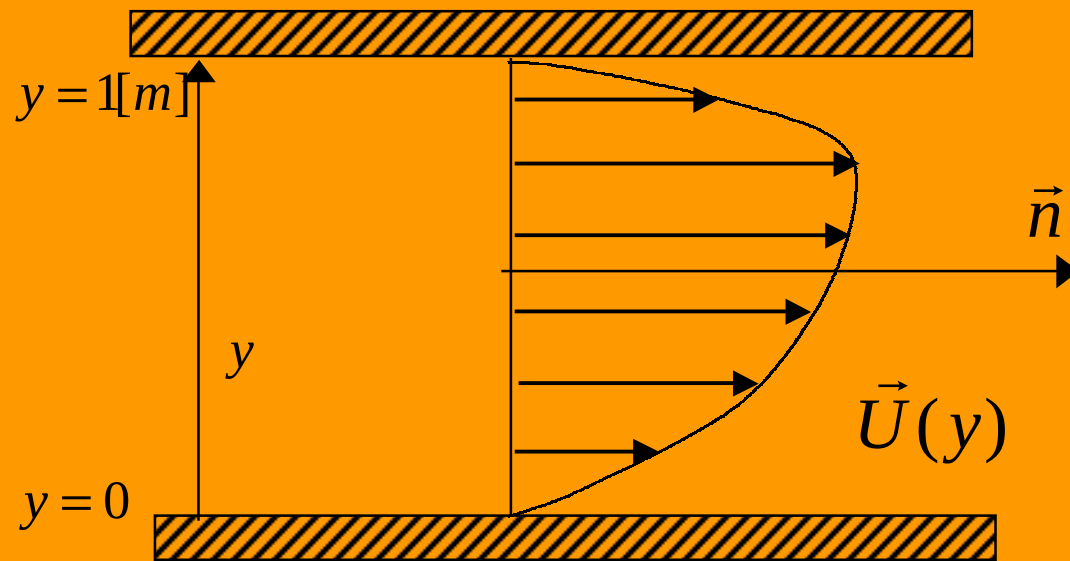
Υπολογισμός της παροχής σε 2D αγωγό με δεδομένη την διανομή της αξονικής ταχύτητας σε διατομή του.

$$U(y) = y^{3 \cdot y} \cdot \sin(y \cdot \pi) [\text{m/s}]$$



2α. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΑΞΟΝΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΤΗ
ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗ ΤΟΥ ΑΓΩΓΟΥ.



$$\dot{V} = \int_s (\vec{U} \cdot \vec{n}_s) ds \Rightarrow$$

$$\dot{V} = \int_{y=0}^1 U(y) dy$$

2β. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ROMBERG

ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ

$$\int_a^b f(x)dx = E_N = \frac{h}{2} \cdot [f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots \\ \dots + 2f(a+(N-1) \cdot h) + f(b)] + O(1/N^2)$$

$$h = \frac{b-a}{N}$$

$$O = \frac{B_2 h^2}{2!} (f_N' - f_1') - \dots - \frac{B_{2k} h^{2k}}{2k!} (f_N^{(2k-1)} - f_1^{(2k-1)}) - \dots$$

2γ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

$$\frac{t}{e^t - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} B_N \frac{t^n}{n!}$$

$$E = \frac{4}{3} E_{2N} - \frac{1}{3} E_N + O\left(\frac{1}{N^4}\right)$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ROBECK

$$\int_a^b f(x) dx = R_N^N$$

$$R_{N+1}^{M+1} = R_{N+1}^M + (R_{N+1}^M - R_N^M) / (4^M - 1)$$

2δ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

$$R_N^1 = E_{2^{N-1}} \Rightarrow R_{N+1}^1 = \frac{1}{2} R_N^1 + h \cdot \sum_1^{2^{n-1}} f(a + (2k-1) \cdot h)$$

$$h = \frac{b-a}{2^n} \qquad R_1^1 = \frac{(b-a) \cdot (f(a) - f(b))}{2}$$

$$R_1^1$$

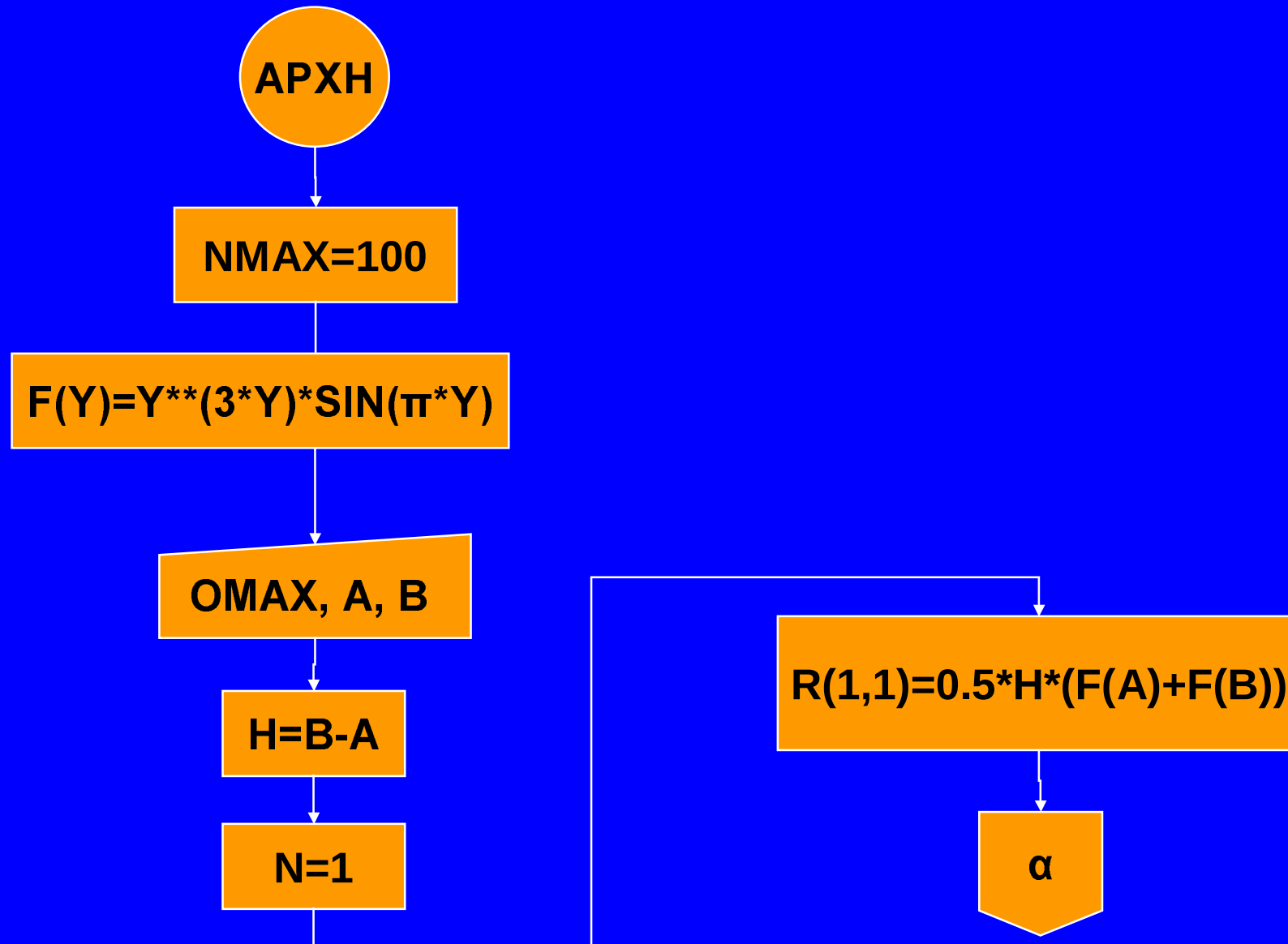
$$R_2^1 \quad R_2^2$$

$$R_3^1 \quad R_3^2 \quad R_3^3$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$R_N^1 \quad R_1^1 \quad R_1^1 \quad \dots \quad R_N^N$$

3α. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ



3β. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ



4α. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

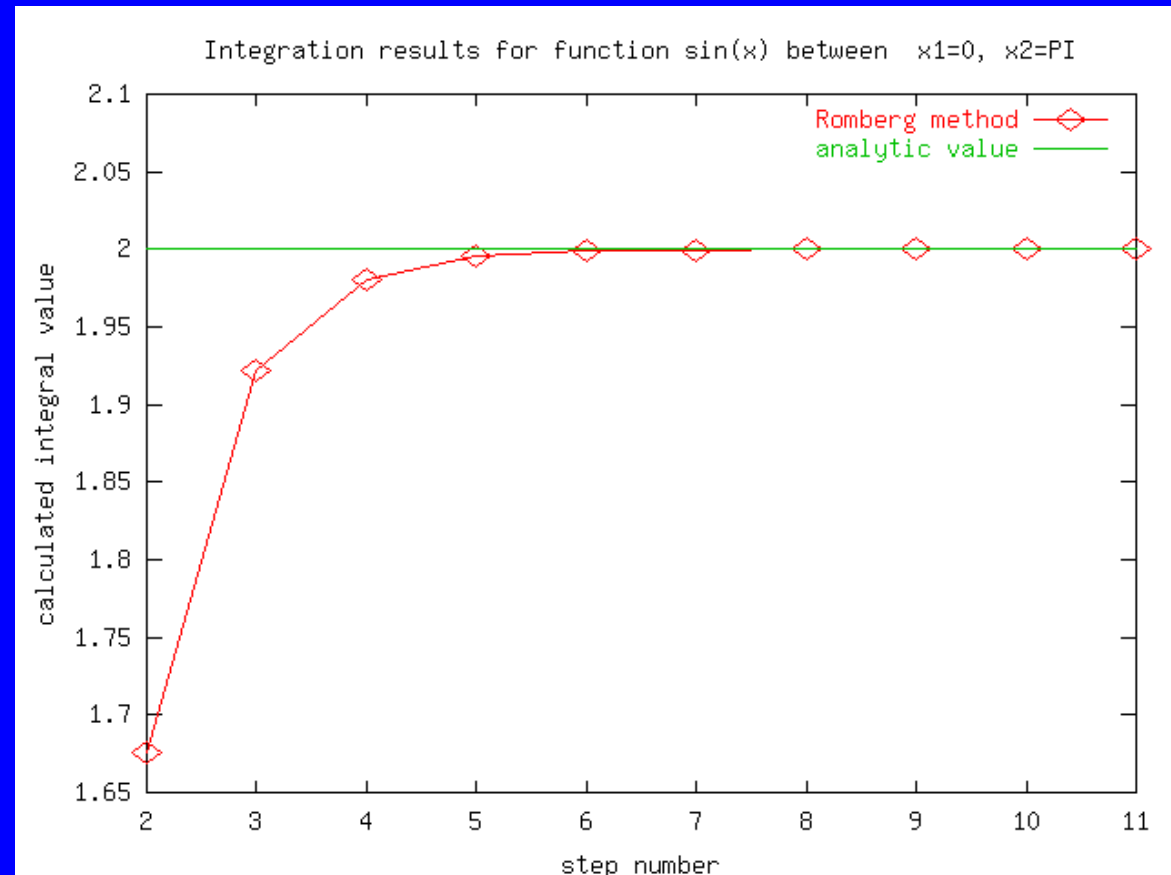
```
PROGRAM ROMBERG
C
C ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ROMBERG
C
C NM: ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΠΙΘΑΝΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΩΝ N
      PARAMETER (NM=100)
C R: ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ
      DIMENSION R(NM,NM)
C ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΡΟΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ
      F(Y)=Y**(3*Y)*SIN(3.1415926*Y)
C OMAX: ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΣΧΕΤΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΟΣ
      WRITE (*,*) 'OMAX='
      READ (*,*) OMAX
C A: ΚΑΤΩ ΟΡΙΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ, B: ΑΝΩ ΟΡΙΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ
      WRITE (*,*) 'A='
      READ (*,*) A
      WRITE (*,*) 'B='
      READ (*,*) B
C H: ΒΗΜΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ
      H=B-A
C N: ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΗΜΑΤΟΣ
      N=1
      R(1,1)=0.5*H*(F(A)+F(B))
```

4β. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

```
5  N=N+1
   H=H/2.
   SUM=0.
   do 10 I=1,2**(N-2)
     SUM=SUM+F(A+(2*I-1)*H)
10  CONTINUE
   R(N,1)=0.5*R(N-1,1)+H*SUM
   do 20 M=2,N
     R(N,M)=R(N,M-1)+(R(N,M-1)-R(N-1,M-1))/(4**M-1)
20  CONTINUE
C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ
   DR=ABS((R(N,N)-R(N-1,N-1))/R(N,N))
C ΕΓΓΡΑΦΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
   write (*,*) N,R(N,N),DR
C ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΓΚΛΗΣΗΣ
   IF (OMAX.GT.DR) GOTO 30
C ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΕΡΒΑΣΗΣ ΟΡΙΟΥ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΔΙΑΜΕΡΙΣΗΣ
   IF (N.GE.NM) STOP
   GOTO 5
30  CONTINUE
   END
```

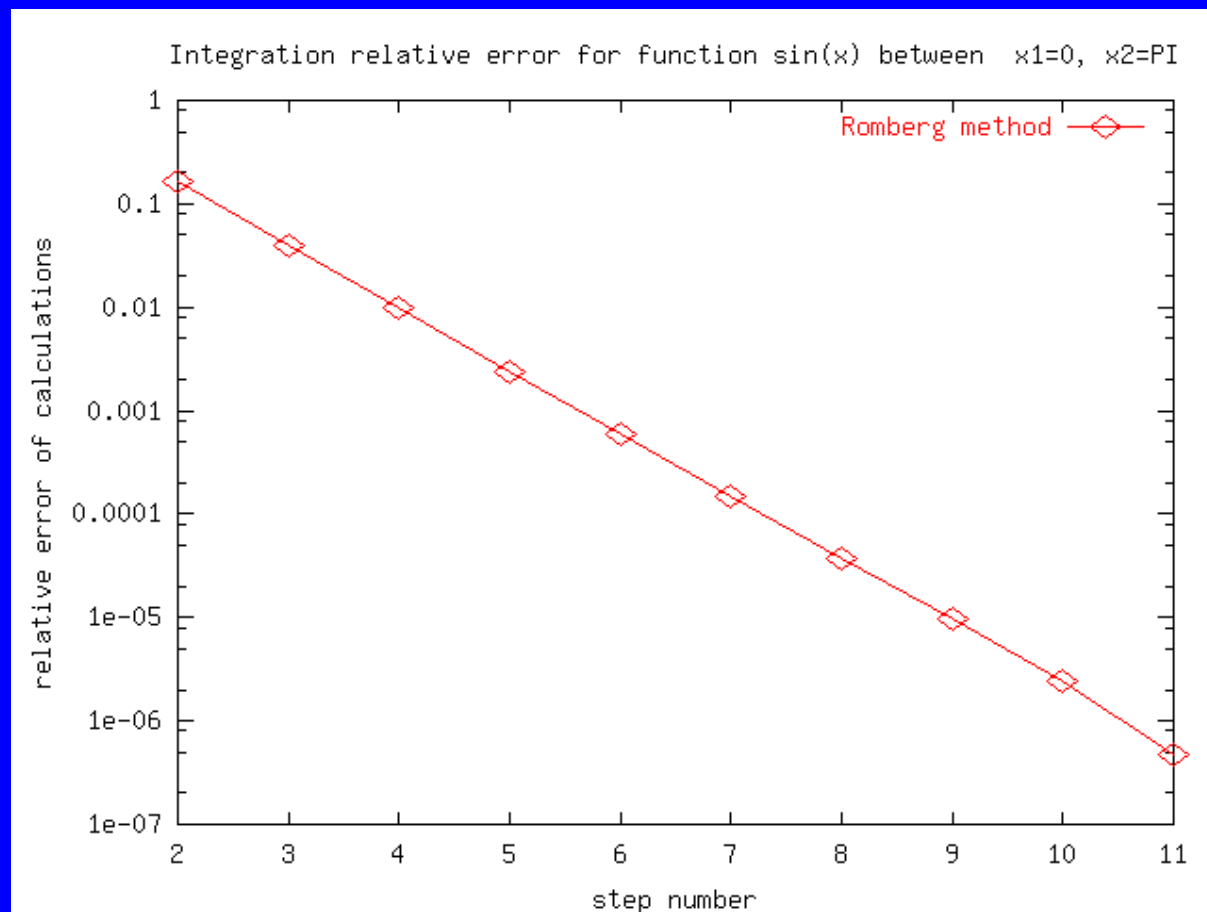
5α. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

$$\int_0^{\pi} \sin(x) = 2$$



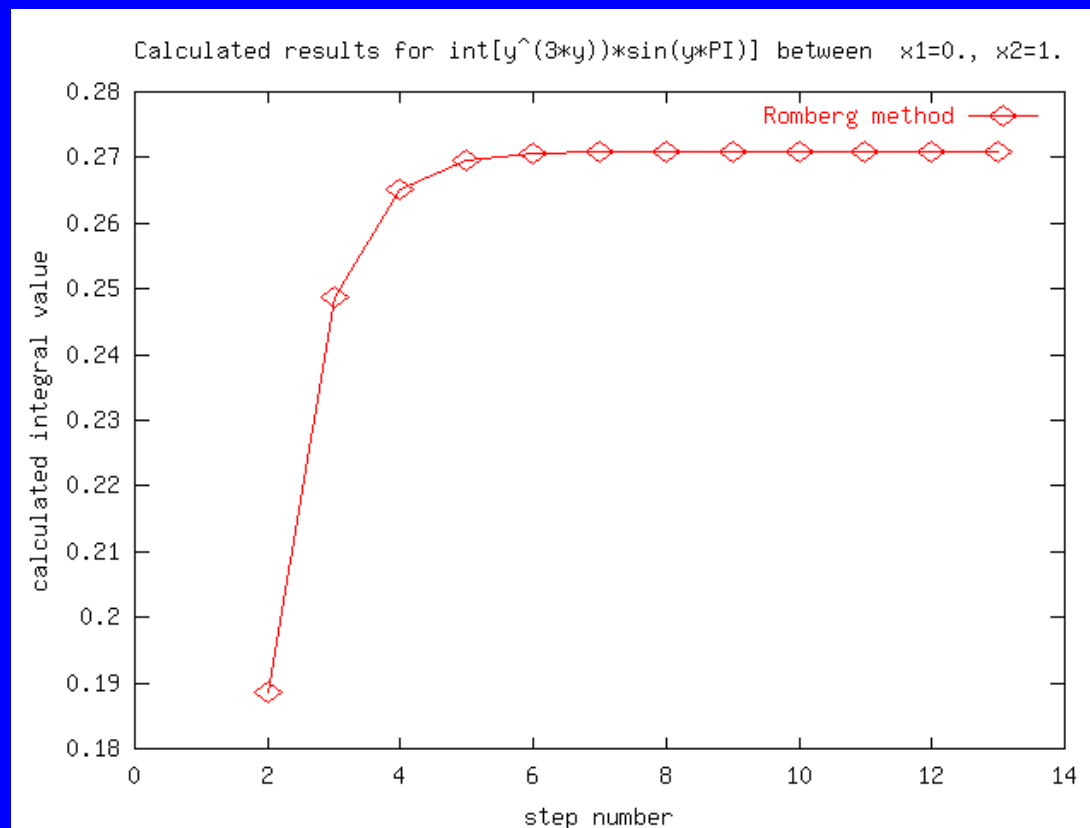
5β. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ- ΣΧΕΤΙΚΟ ΣΦΑΛΜΑ

$$\frac{\text{RES} - \int_0^{\pi} \sin(x)}{\int_0^{\pi} \sin(x)}$$



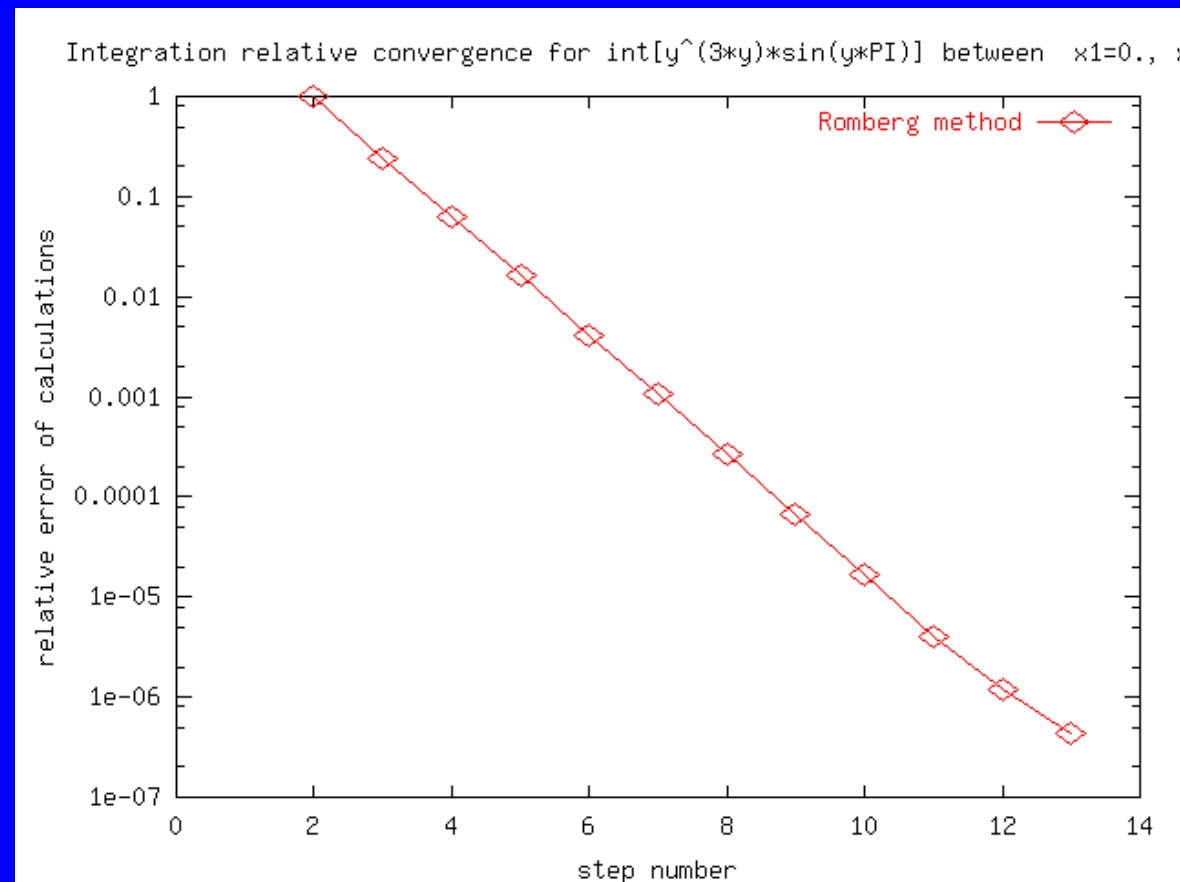
5γ. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ

$$\int_0^1 U(y) = \int_0^1 y^{3 \cdot y} \cdot \sin(y \cdot \pi) = 0.270983607 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$



5δ. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΧΕΤΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΑΡΟΧΗΣ

$$\left| \frac{\text{RES}(N) - \text{RES}(N-1)}{\text{RES}(N)} \right|$$



6. ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ
- ΣΕ 14 ΒΗΜΑΤΑ ΕΞΑΝΤΛΕΙΤΑΙ Η ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΟΥ Υ/Η (SINGLE PRECISION)
- ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΑΠΟ ΜΕΘΟΔΟ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ (ΓΙΑ ΙΔΙΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ)