

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΗ Α

ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΕΔΙΟΥ ΡΟΗΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΕΛΛΕΙΨΗ
ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ GAUSS - JORDAN

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

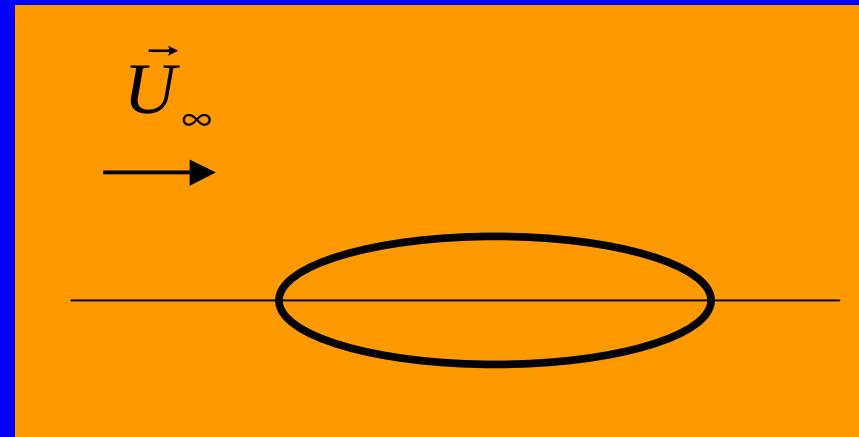
1. ΛΕΚΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ
2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ - ΟΡ. ΣΥΝΘ.
3. ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΣΗ
4. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ
5. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ
6. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN
7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ
8. ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΛΥΣΗΣ ΑΠΟ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ
9. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΥΣΗ - ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ
10. ΑΞΙΟΛΟΓΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Υπολογισμός πεδίου ταχυτήτων στην επιφάνεια έλλειψης που βρίσκεται σε ροή παράλληλη ως προς τον άξονα της.

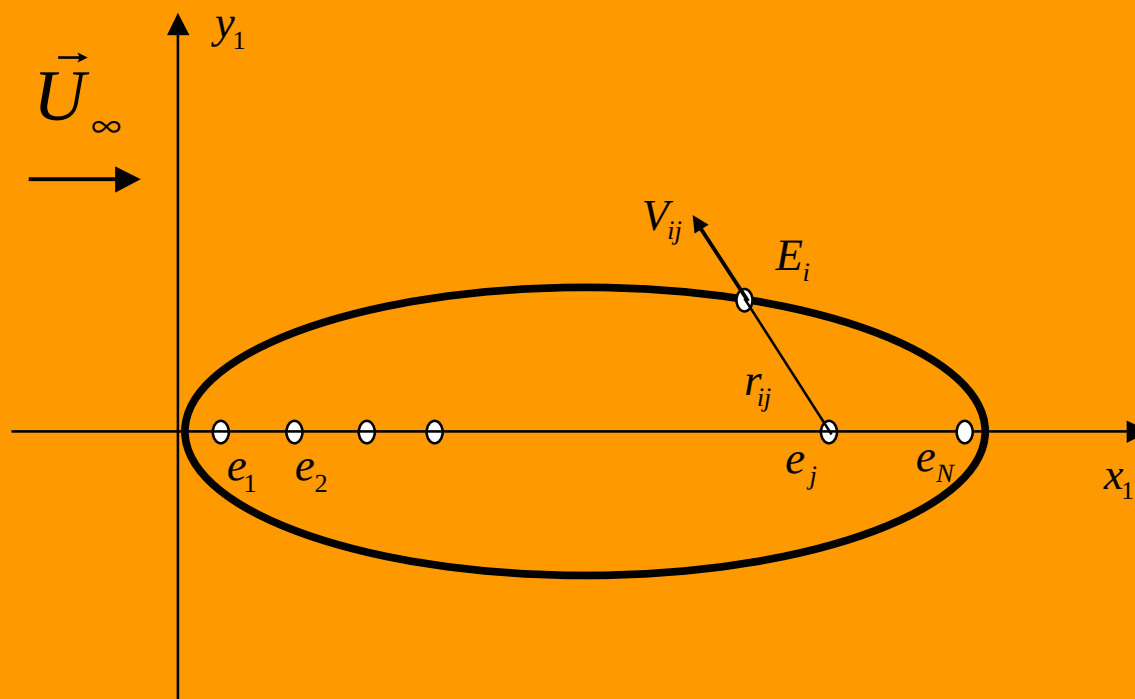
ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

- 2D
- Ασυμπίεστο ρευστό
- Μη συνεκτική ροή



2α. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΗΜΕΙΑΚΕΣ ΠΗΓΕΣ ΣΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΤΗΣ ΕΛΛΕΙΨΗΣ



$$\frac{(x-a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$W_{ij} = \frac{e_j}{2\pi r_{ij}}$$

$$r = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + y_i^2}$$

2β. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ

$$u = W_x = W_{ij} \frac{x_i - x_j}{r_{ij}}$$

$$U_i = U_\infty + \sum_{j=1}^N W_{ij} \frac{x_i - x_j}{r_{ij}}$$

$$v = W_y = W_{ij} \frac{y_i}{r_{ij}}$$

$$V_i = \sum_{j=1}^N W_{ij} \frac{y_i}{r_{ij}}$$

2γ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ - ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ -

- ΜΗ ΕΙΣΧΩΡΗΣΗΣ $\vec{W}_{ij} \cdot \vec{n}_i = 0 \Rightarrow \frac{U}{V} = \tan \phi_i = \left(\frac{dy}{dx} \right)_i \Rightarrow$

$$\sum_{j=1}^N e_j \left[\frac{y_i}{2\pi r_{ij}^2} - \frac{x_i - x_j}{2\pi r_{ij}^2} \cdot \left(\frac{dy}{dx} \right)_i \right] = U_\infty \cdot \left(\frac{dy}{dx} \right)_i$$

- ΕΙΔΙΚΗ ΜΗ ΕΙΣΧΩΡΗΣΗΣ $\frac{dy}{dx} \rightarrow \infty \Rightarrow U_\infty - \sum_{j=1}^N \frac{e_j}{2\pi x_j} = 0$

- ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΑΖΑΣ $\sum_{j=1}^N e_j = 0$

3α. ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΣΗ

- Μεγέθη αναφοράς
 - Μήκος = $2a$
 - Ταχύτητα = U_{∞}

$$x^* = \frac{x}{2a} \quad \tau = \frac{b}{a}$$

$$e_j^* = \frac{e_j}{U_{\infty} \cdot 2a}$$

$$\frac{dy^*}{dx^*} = \frac{-\tau \left(x^* - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{\frac{1}{4} - \left(x^* - \frac{1}{2} \right)^2}}$$

3β. ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΣΗ

A) ΜΗ ΕΙΣΧΩΡΗΣΗΣ

$$\sum_{j=1}^N e_j^* \left[\frac{y_i^*}{2\pi r_{ij}^{*2}} - \frac{x_i^* - x_j^*}{2\pi r_{ij}^{*2}} \cdot \left(\frac{dy^*}{dx^*} \right)_i \right] = \left(\frac{dy^*}{dx^*} \right)_i$$

**B) ΕΙΔΙΚΗ ΜΗ
ΕΙΣΧΩΡΗΣΗΣ**

$$1 - \sum_{j=1}^N \frac{e_j^*}{2\pi x_j^*} = 0$$

**Γ) ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ
ΜΑΖΑΣ**

$$\sum_{j=1}^N e_j^* = 0$$

4α. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ

ΑΓΝΩΣΤΟΙ

- N σημειακές πηγές e_j

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- A) M σημεία ελέγχου E_i
- B) 1 Ειδική συνθ. μη εισχώρησης
- Γ) 1 συνθ. Διατήρησης μάζας

ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΓΝΩΣΤΩΝ N = ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ $M+2$
 $M=N-2$

$$x_i^* = \frac{1}{N+1} i \quad i = 1, \dots, N$$

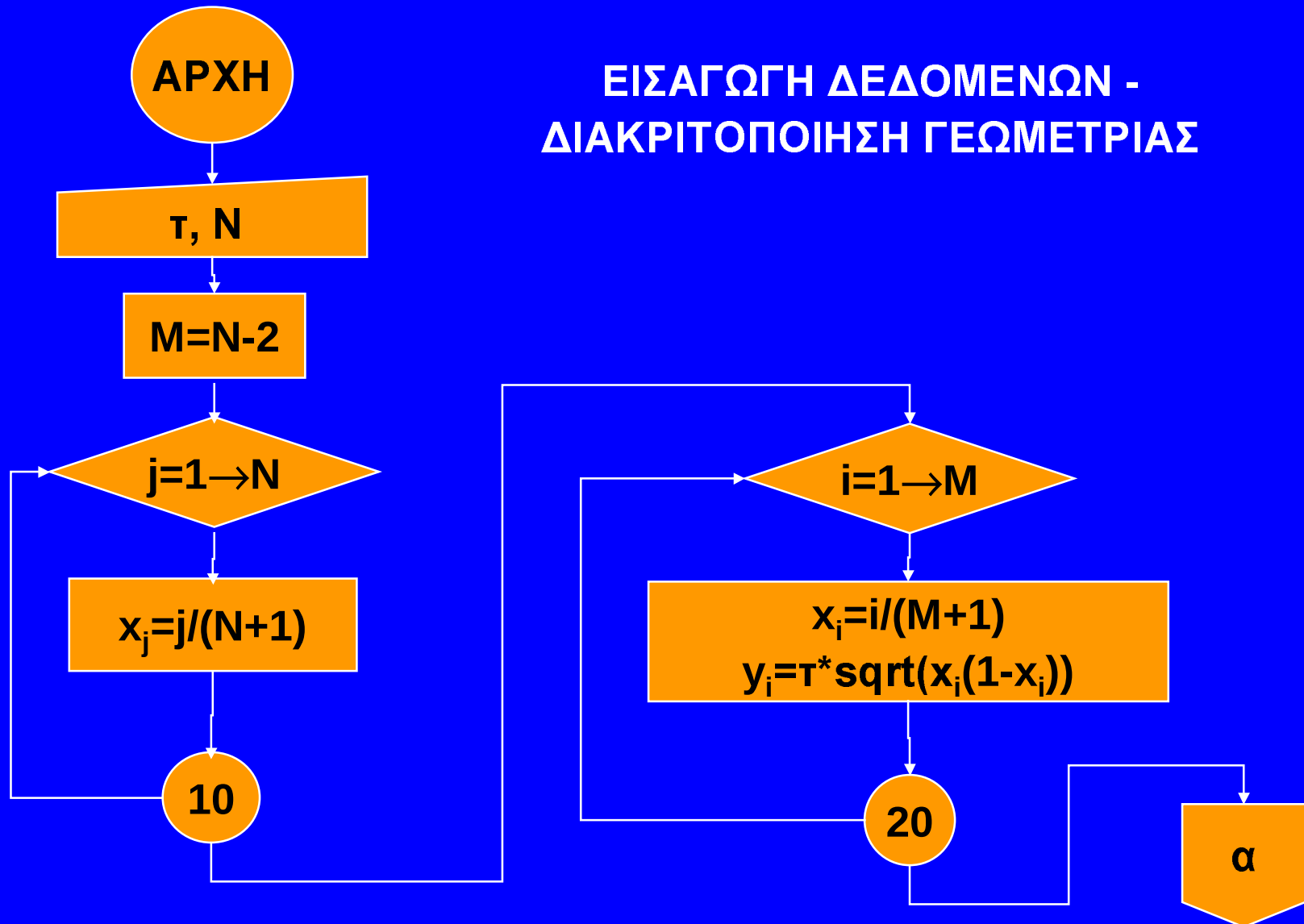
$$x_j^* = \frac{1}{M+1} j \quad j = 1, \dots, M$$

4β. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ

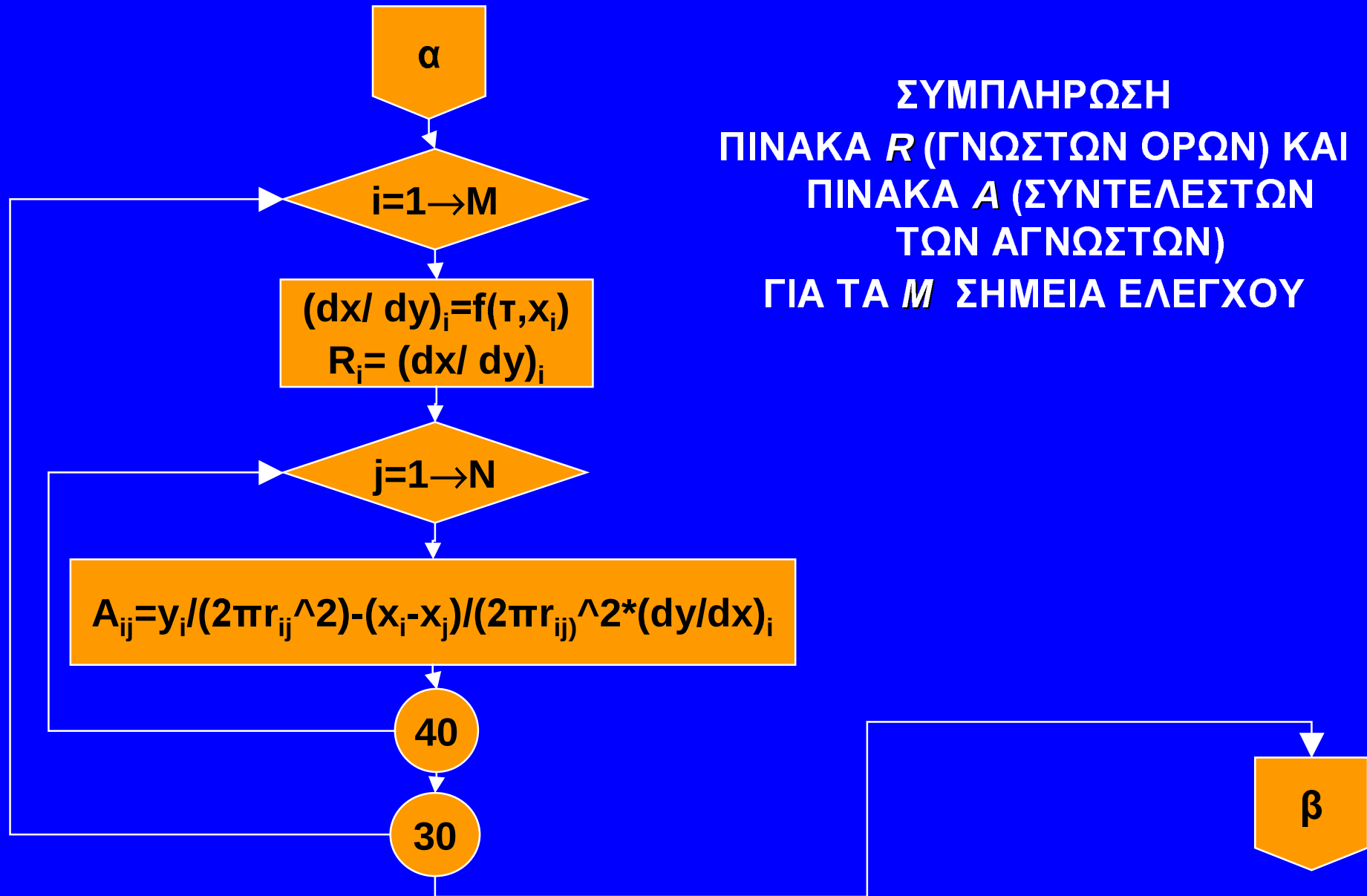
ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ $N \times N$ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΑΠΑΛΟΙΦΗΣ GAUSS - JORDAN

- ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ $A \cdot X = R$ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ A^{-1}
- 3 ΦΟΡΕΣ ΒΡΑΔΥΤΕΡΗ ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΑΧΥΤΕΡΕΣ
- ΕΥΣΤΑΘΗΣ
- ΑΜΕΣΗ ΥΠΟΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

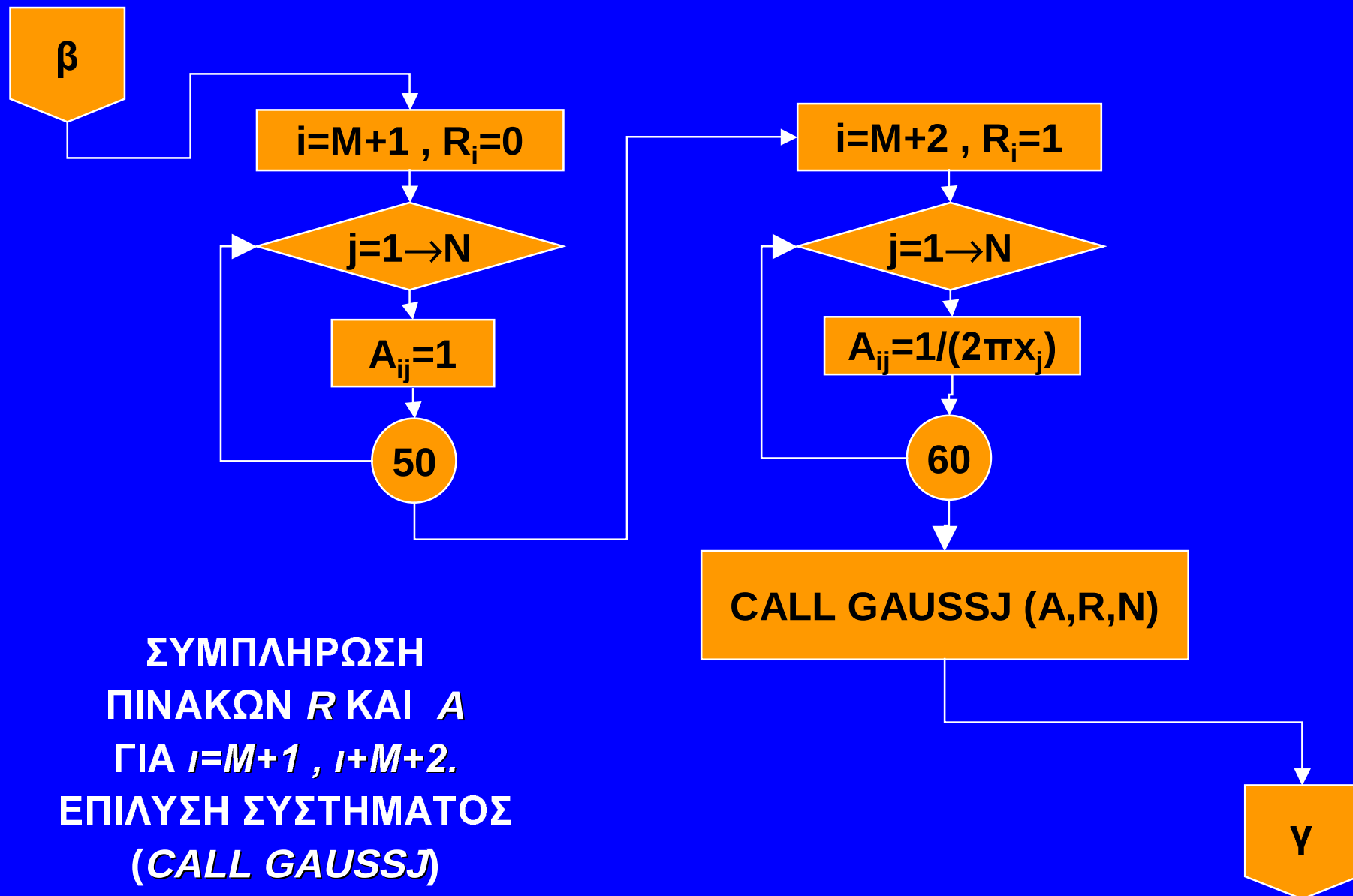
5α. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ



5β. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

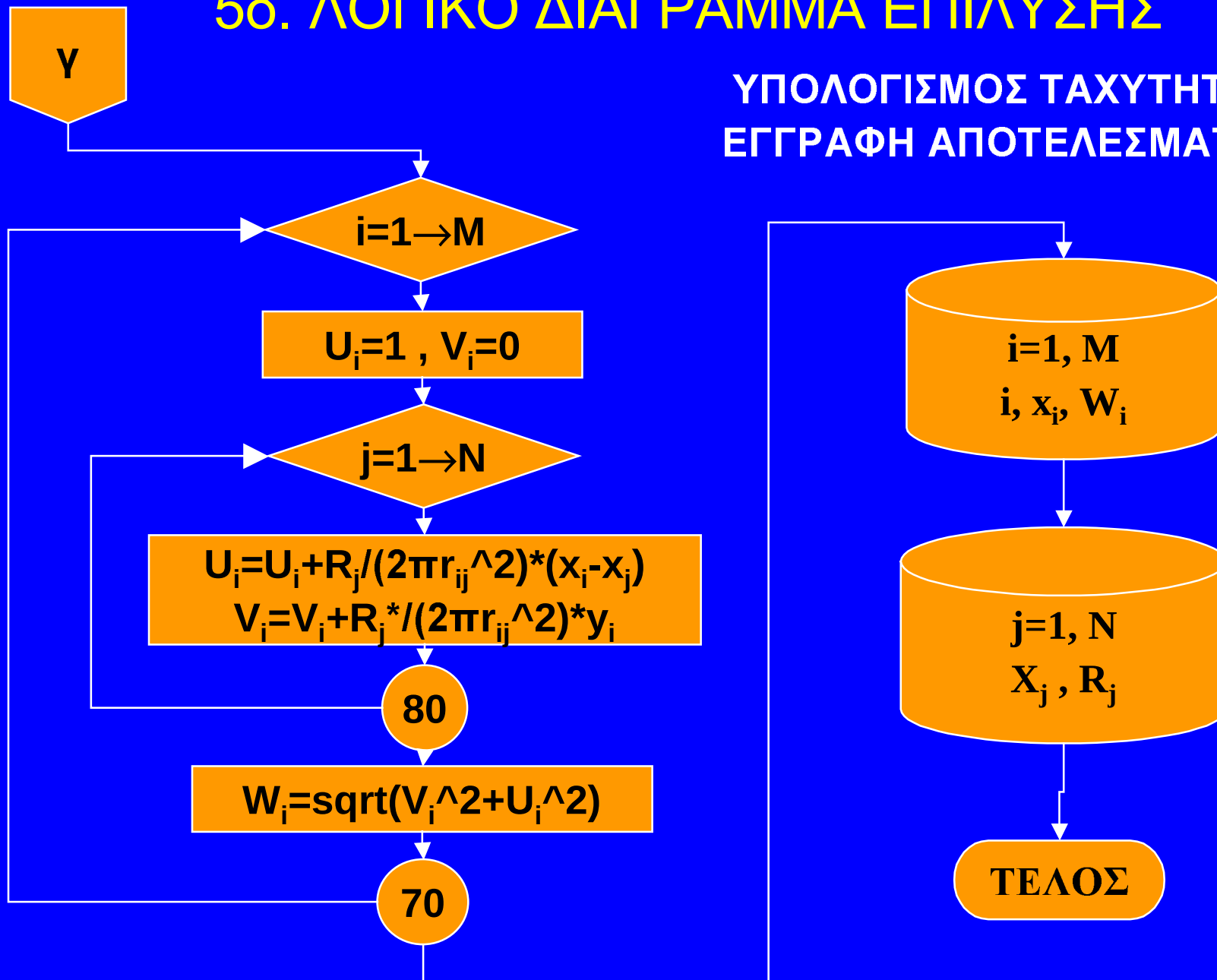


5γ. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ



5δ. ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ
ΕΓΓΡΑΦΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ



6α. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

ΚΩΔΙΚΑΣ

- ΔΟΜΗΜΕΝΟΣ
- ΕΚΤΕΝΗ ΣΧΟΛΙΑ (ΛΑΤΙΝΙΚΟ ΑΛΦΑΒΗΤΟ ή ISO 8859)
- ΟΝΟΜΑΤΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ
- ΕΚΤΕΝΗ ΧΡΗΣΗ ΥΠΟΡΟΥΤΙΝΩΝ
- ΑΠΟΦΥΓΗ ΚΑΘΟΛΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ
- ΕΥΑΝΑΓΝΩΣΤΗ ΣΥΝΤΑΞΗ - ΤΗΡΗΣΗ ΚΑΝΟΝΩΝ
- ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΑΠΟ COMPILER
- F77

6β. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

C

C ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΠΛΥΣΗΣ ΡΟΗΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΕΛΛΕΙΨΗ ΣΕ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΡΟΗ

C

PROGRAM ELLISYM

C ΔΗΛΩΣΗ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (ΕΚΤΟΣ ΑΚΕΡΑΙΩΝ) ΔΙΠΛΗΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H, O-Z)

C ΔΗΛΩΣΗ ΠΙΝΑΚΩΝ

PARAMETER (NM=200)

DIMENSION XJ(NM), XI(NM), YI(NM), A(NM, NM), DYDX(NM)

DIMENSION R(NM, 1), U(NM), V(NM), W(NM)

C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙ

PI=4.*DATAN(1.D0)

C ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΤΟ ΠΛΗΚΤΡΟΛΟΓΙΟ

WRITE (*, *) "GIVE T="

READ (*, *) T

WRITE (*, *) "GIVE N="

READ (*, *) N

6γ. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΘΕΣΕΩΝ ΠΗΓΩΝ

```
      DO 10 J=1,N  
        XJ(J)=DBLE(J)/DBLE(N+1)  
      10 CONTINUE
```

C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤ/ΝΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

```
      M=N-2  
      DO 20 I=1,M  
        XI(I)=DBLE(I)/DBLE(M+1)  
        YI(I)=T*DSQRT(XI(I)*(1.D0-XI(I)))  
      20 CONTINUE
```

C ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΜΗΤΡΑΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΓΝΩΣΤΩΝ

```
      DO 30 I=1,M  
        DYDX(I)=-T*(XI(I)-0.5D0)/DSQRT(0.25D0-(XI(I)-0.5D0)**2)  
        R(I,1)=DYDX(I)  
        DO 40 J=1,N  
          RIJ2=(XI(I)-XJ(J))**2+YI(I)**2  
          A(I,J)=YI(I)/(2.D0*PI*RIJ2)-  
            & (XI(I)-XJ(J))/(2.D0*PI*RIJ2)*DYDX(I)  
        40 CONTINUE  
      30 CONTINUE
```

6δ. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

C ΣΥΝΘΗΚΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΑΖΑΣ

I=M+1

R(I,1)=0.D0

do 50 J=1,N

A(I,J)=1.D0

50 CONTINUE

C ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ ΜΗ ΕΙΣΧΩΡΗΣΗΣ

I=M+2

R(I,1)=1.D0

do 60 J=1,N

A(I,J)=1.D0/(2.D0*PI*XJ(J))

60 CONTINUE

C ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

CALL GAUSSJ(A,N,NM,R,1,1)

C ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

do 70 I=1,M

U(I)=1.D0

V(I)=0.D0

C

6ε. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FORTRAN

```
      do 80 J=1,N
      RIJ2=(XI(I)-XJ(J))**2+YI(I)**2
      U(I)=U(I)+R(J,1)/(2.D0*PI*RIJ2)*(XI(I)-XJ(J))
      V(I)=V(I)+R(J,1)/(2.D0*PI*RIJ2)*YI(I)
80    CONTINUE
      W(I)=DSQRT(V(I)**2+U(I)**2)
70    CONTINUE
C  ΕΓΓΡΑΦΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ
      OPEN (24,FILE="FLOW.DAT")
      do 90 J=1,N
      WRITE (24,*) J,XJ(J),W(J)
90    CONTINUE
C
      OPEN (25,FILE="SOUR.DAT")
      do 95 I=1,M
      WRITE (25,*) I,R(I,1)
95    CONTINUE
C
```

7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ

ΑΡΧΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

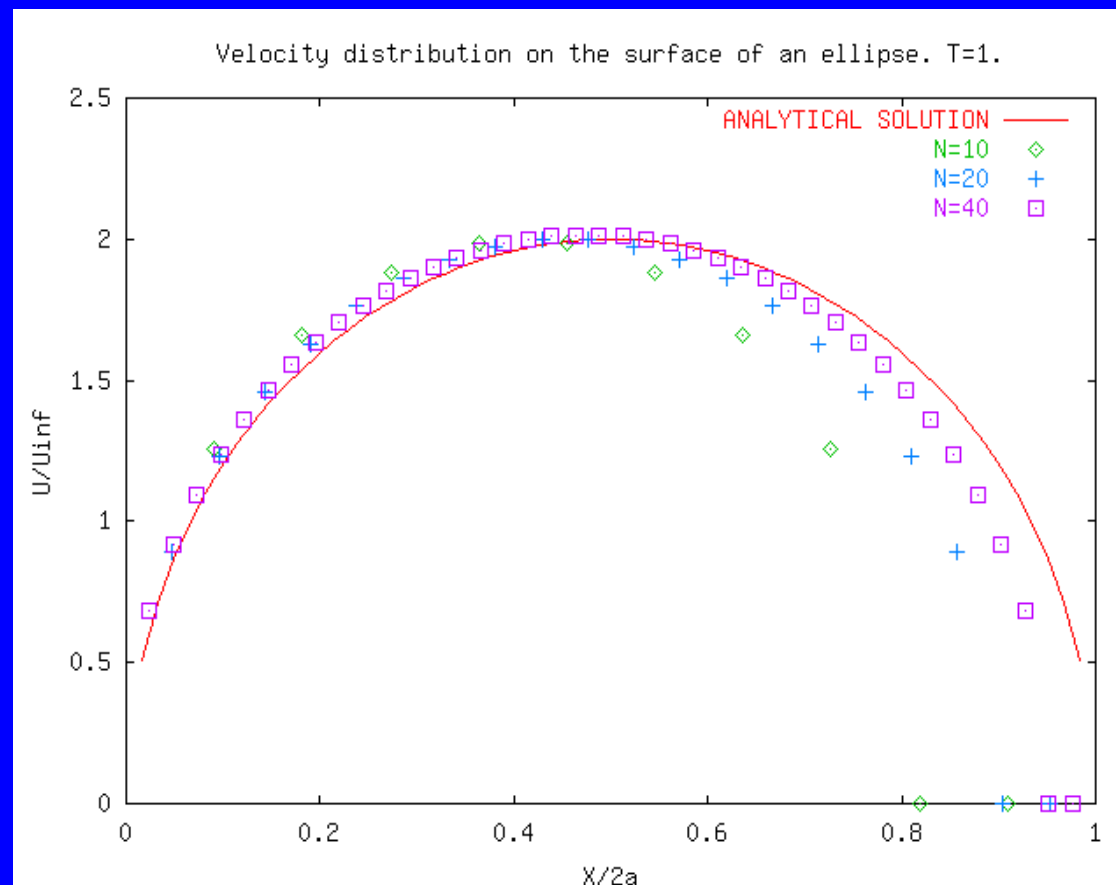
- ASCII
- ΣΤΗΛΕΣ
- ΕΝΤΟΠΙΣΜΕΝΑ ΣΧΟΛΙΑ

ΧΡΗΣΗ ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

- | | | |
|-----------|---------|----------------------|
| • EXCEL | 2D | WIN |
| • GRAPHER | 2D | DOS / WIN |
| • SURFER | 3D | DOS / WIN |
| • GNUPLOT | 2D / 3D | DOS / WIN / UNIX / + |

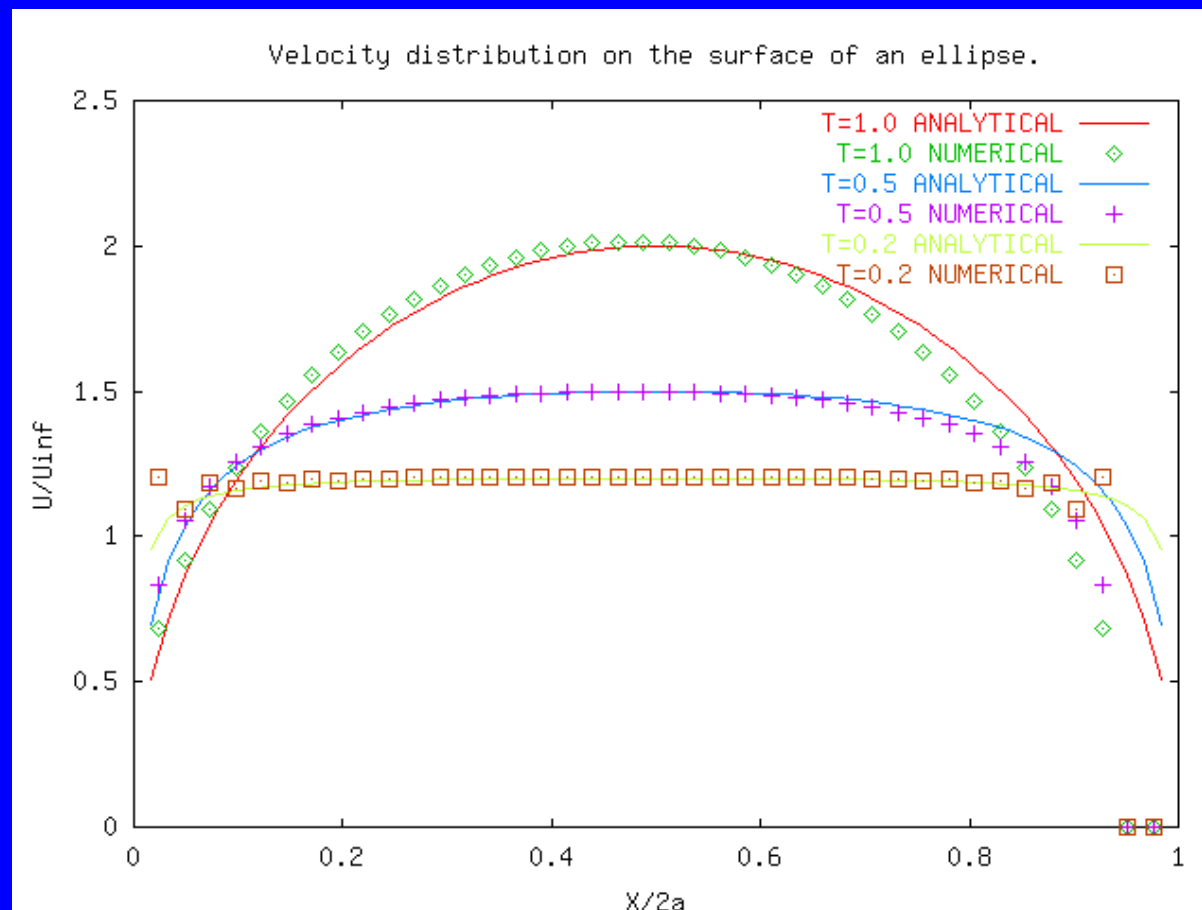
8. ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΛΥΣΗΣ ΑΠΟ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ: πλήθος N σημειακών πηγών



9. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ: τ λόγος κυρίων αξόνων



10. ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- ΑΜΕΣΗ ΕΠΙΛΥΣΗ
- ΕΦΑΡΜΟΣΙΜΟΤΗΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΡΟΗ
- ΓΙΑ Τ ΜΙΚΡΟ ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ
- ΤΟ ΣΦΑΛΜΑ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ΣΤΗΝ ΑΚΜΗ ΕΚΦΥΓΗΣ